

Modello di relazioni di coppia

Si consideri il sistema seguente che descrive la dinamica dei sentimenti in una relazione di coppia tra due individui (cosiddetti) sicuri

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= O_1(x_1) + R_1(x_2) + A_2 \\ \dot{x}_2 &= O_2(x_2) + R_2(x_1) + A_1\end{aligned}$$

dove x_i rappresenta il sentimento dell'individuo i per il partner j ($i, j = 1, 2$). Valori positivi di x_i corrispondono ad amicizia e amore, valori negativi ad antipatia e odio; $x_i = 0$ denota una situazione di indifferenza nei confronti del partner.

Le cause che comportano la variazione nel tempo del sentimento i all'interno della coppia sono:

- l'oblio $O_i(x_i) \rightarrow$ in assenza del partner, ogni individuo è portato a dimenticarlo
- la reazione al sentimento del partner $R_i(x_j) \rightarrow$ ogni individuo sicuro reagisce positivamente (negativamente) all'amore (all'odio) del partner
- il fascino (appeal) del partner $A_j \rightarrow$ va inteso in senso lato come bellezza, ricchezza, carisma, posizione sociale, ...

Per le funzioni di oblio e reazione si assumano valide le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned}O_i(x_i) &= -\alpha_i x_i \\ R_i(x_j) &= \frac{e^{x_j} - e^{-x_j}}{\frac{e^{x_j}}{R_i^+} - \frac{e^{-x_j}}{R_i^-}}\end{aligned}$$

I valori di riferimento dei parametri sono:

$$\alpha_1 = 0.1 \quad \alpha_2 = 0.3 \quad R_1^+ = 1 \quad R_1^- = -1 \quad R_2^+ = 2 \quad R_2^- = -1 \quad A_1 = 0.525 \quad A_2 = 0.25$$

a) Utilizzando pplane si traccino le isocline del sistema e si simuli il comportamento della coppia. Si mostri come questo possa variare al variare dei termini di fascino A_1 e A_2 , interpretando il risultato ottenuto mediante la visualizzazione delle isocline. In particolare, si verifichi la presenza di biforcazioni nodo-sella.

b) Utilizzando MatCont si determinino nel piano (A_1, A_2) le curve di biforcazione nodo-sella.