Spiegare, in maniera sintetica, come l'algoritmo di calcolo degli esponenti di Lyapunov per sistemi a tempo discreto possa essere usato per calcolare gli esponenti associati ad una traiettoria di un sistema a tempo continuo $\dot{x}(t) = f(x(t))$, $x(t) \in R^n$, $t \geq 0$.

(Suggerimento: si consideri la "mappa stroboscopia" di periodo $T$, ovvero il sistema a tempo discreto $\tilde{x}(k+1) = F_T(\tilde{x}(k))$ che mappa lo stato $\tilde{x}(k)$ in quello raggiunto dal sistema a tempo continuo in tempo $T$ partendo dallo stato iniziale $\tilde{x}(k)$.)

Supponendo che il calcolo effettuato su uno specifico sistema del terzo ordine, con assegnata condizione iniziale, dia il seguente risultato

$$L_1 = 0 \qquad L_2 = -0.5 \qquad L_3 = -1,$$

(e che il sistema abbia equilibri e cicli iperbolici) si dica, giustificando la risposta:

a) di che tipo è l'attrattore raggiunto dal sistema a tempo continuo;

b) di che tipo è l'attrattore raggiunto dalla mappa stroboscopia.

---

LE di $\tilde{x}(k+1) = F_T(\tilde{x}(k))$ : $L_1, L_2, \ldots, L_n$

LE di $\dot{x}(t) = f(x(t))$ : $\frac{L_1}{T}, \frac{L_2}{T}, \ldots, \frac{L_n}{T}$

a) ciclo

b) toro (genericamente T ha rapporto irrazionale col periodo del ciclo del sistema a t. continuo)