

Si consideri il sistema

$$\dot{x}_1 = x_2 - x_1^3$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 - x_2$$

- Si determinino gli stati di equilibrio.
- Si studi la stabilità degli stati di equilibrio.
- Si dica se esistono cicli.
- Si determini il quadro di stato del sistema.

a) $\dot{x}_1 = 0 \rightarrow x_2 - x_1^3 = 0 \rightarrow x_1(1 + x_1^2) = 0 \rightarrow x_1 = 0$
 $\dot{x}_2 = 0 \rightarrow x_2 = -x_1 \rightarrow x_2 = 0$ A(0,0)

b) $J = \begin{vmatrix} -3x_1^2 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{A} J = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \quad \text{tr} = -1 < 0$
 $\det = 1 > 0$ loc. A.S.

c) $\text{div } f = -3x_1^2 - 1 < 0 \rightarrow \nexists \text{ cicli}$

d) $\lambda^2 + \lambda + 1 = 0 \quad \lambda_{1,2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \in \mathbb{C} \rightarrow \text{A fuoco stabile}$

