Esercitazione di laboratorio del 31-5-2011

Esercizio 1: Legge di controllo e ricostruzione dello stato; progetto del regolatore

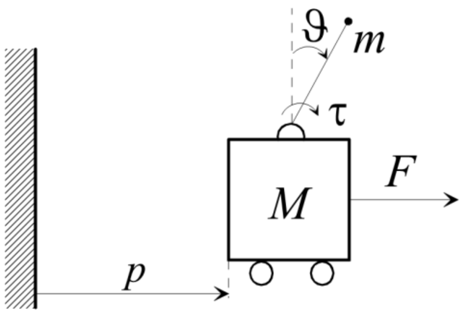
Sia dato il sistema S lineare a *tempo discreto* definito dalle seguenti matrici:

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \qquad b=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad c=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad d=0$$

a) Verificare che è instabile;
b) verificare che è possibile stabilizzarlo con un regolatore lineare;
c) determinare, se esiste, un regolatore stabilizzante che annulli la durata di tutti i transitori in tempo finito.
d) Implementare tramite uno schema simulink il regolatore che porta, in tempo finito,l'uscita del sistema (di cui non conosciamo lo stato iniziale) al valore di riferimento.

Esercizio 2: Legge di controllo e ricostruzione dello stato; progetto del regolatore

Si consideri il sistema meccanico (carrello con pendolo inverso) riportato in figura:



Il carrello, di massa M, è in moto rettilineo sotto l'azione di una forza F e porta incernierata un'asta di massa trascurabile e lunghezza l, al cui estremo è presente una massa concentrata di valore m. Alla cerniera dell'asta è possibile esercitare una coppia τ. Detta p la posizione del carrello e ϑ la posizione angolare dell'asta, misurata come in figura, il modello matematico del sistema è il seguente:

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{p} - ml\dot{\vartheta}^2\sin(\vartheta) + ml\ddot{\vartheta}\cos(\vartheta) = F \\ ml^2\ddot{\vartheta} + ml\ddot{p}\cos(\vartheta) - mgl\ \sin(\vartheta) = \tau \end{cases}$$

Si noti che il sistema è non lineare; linearizzando le equazioni intorno allo stato di equilibrio caratterizzato da posizioni e velocità (lineari ed angolari) nulle e da forzanti (forza e coppia) nulle, esplicitando le derivate seconde si ottiene:

$$\begin{cases} \delta\ddot{p} = -\dfrac{m}{M}g\delta\vartheta + \dfrac{1}{M}\delta F - \dfrac{1}{lM}\delta\tau \\ \delta\ddot{\vartheta} = \dfrac{g}{l}\dfrac{M+m}{M}\delta\vartheta - \dfrac{1}{lM}\delta F + \dfrac{1}{l^2}\dfrac{M+m}{Mm}\delta\tau \end{cases}$$

Si ponga $M = 10, m = 1, l1, g = 9.8$

1. Posto $x_1 = \delta p, x_2 = \delta \dot{p}, x_3 = \delta \vartheta, x_4 = \delta \dot{\vartheta}, u_1 = \delta F, u_2 = \delta \tau, y_1 = \delta p, y_2 = \delta \vartheta,$ si ricavino le matrici *A*, *B*, *C* e *D* del sistema linearizzato.
2. Si verifichi che il sistema è raggiungibile e osservabile utilizzando come ingresso e uscita rispettivamente la forza e la posizione del carrello, e che invece risulta non raggiungibile, né osservabile, qualora si utilizzino come ingresso e uscita rispettivamente la coppia e la posizione dell'asta.
3. Si progetti una legge di controllo con retroazione dello stato che, agendo sulla forza δF, assegni gli autovalori del sistema in anello chiuso come radici del polinomio:
$$\gamma^o(s) = (s^2 + 1.5s + 1)(s^2 + 2s + 1).$$
4. Si progetti un ricostruttore dello stato che, misurando δp, assegni gli autovalori della dinamica dell'errore di stima come radici del polinomio:
$$\gamma^o(s) = (s^2 + 15s + 100)(s^2 + 20s + 100).$$
5. Supponendo di poter accedere alla misura dello stato, si costruisca uno schema Simulink del sistema retroazionato con la legge di controllo ricavata al punto 3 (utilizzare come modello Simulink di partenza il file esercizio2sim_vuoto.slx che contiene gli elementi necessari per visualizzare un'animazione e di esportare i dati al workspace di Matlab).
Rappresentare l'andamento delle variabili di stato del sistema linearizzato e di quello non lineare, utilizzando come condizioni iniziali [0; 0; π/6; 0] e [0; 0; π /3; 0].
6. Supponendo ora di non poter accedere allo stato, si costruisca uno schema Simulink del sistema retroazionato utilizzando lo stato stimato grazie al ricostruttore ricavato al punto 4. Valutare l'andamento del sistema linearizzato e di quello non lineare per entrambe le condizioni iniziali riportate al punto 5. Tali condizioni iniziali sono note con un'incertezza pari a [0.01 -0.02 -0.01 0.02].

Esercizio 3: Risposte canoniche

Sia dato il sistema S lineare a tempo continuo definito dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -5 & -3 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = [1 \quad 1 \quad 1], \quad d = 0$$

- Tracciarne le risposte allo scalino e all'impulso

Esercizio 4: Risposte canoniche

Mediante uno schema Simulink, si verifichi che a seguito di in evento di pioggia di durata finita a monte di una sequenza di laghi collegati in cascata, il picco di portata di uscita da ogni lago ritarda nel tempo e diminuisce in ampiezza passando da un lago di monte a un lago di valle.