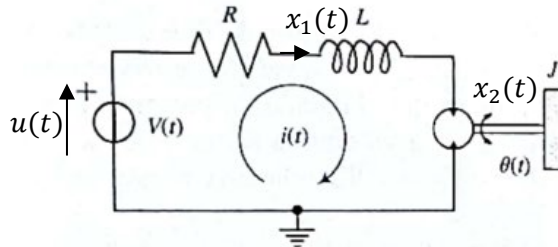


Controllo della velocità di rotazione dell'albero id un motore elettrico – Tracce

Indichiamo con $u(t)$ la tensione applicata al circuito (in Volt [V]), con $x_1(t)$ la corrente che attraversa il circuito (in Ampere [A]) e con $x_2(t)$ la velocità angolare dell'albero motore (in [rad/s]). Sia $y(t)$ la variabile di uscita da controllare (in giri/min).



Le equazioni di stato e di uscita che caratterizzano il circuito sono:

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{L}[u(t) - Rx_1(t) - hx_2(t)]$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{J}[-qx_2(t) + hx_1(t)]$$

$$y(t) = \frac{60}{2\pi}x_2(t)$$

dove il termine $hx_2(t)$ caratterizza la forza elettromotrice indotta generata nel circuito dalla rotazione dell'albero motore, il termine $qx_2(t)$ la coppia di attrito del motore e il termine $hx_1(t)$ la coppia impressa sul motore dal circuito.

Le matrici e i vettori che definiscono il sistema sono:

$$A = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} \end{bmatrix} \quad d =$$

Il sistema è asintoticamente stabile, dato che $tr(A) =$ _____ e $det(A) =$ _____.

CONTROLLO IN ANELLO APERTO

Fissato $u(t) = \bar{u}$, il sistema ammette un unico stato di equilibrio \bar{x} verso cui tende¹.

I valori dei parametri sono:

$$\begin{array}{lll} R = 48 \text{ m}\Omega & L = 345 \text{ mH} & J = 8.37 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2 \\ q = 8.7 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} & & h = 9.1 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ A}^{-1} \end{array}$$

Calcoliamo pertanto il valore di equilibrio dell'uscita \bar{y} per $\bar{u} = 1V$ ($\bar{x} = -A^{-1}b\bar{u}$ e $\bar{y} = c\bar{x} + d\bar{u}$).

Rpar= _____;
Lpar= _____;
Jpar= _____;
qpar= _____;
hpar= _____;

A= [_____
b= [_____

¹ In particolare: $\bar{x}_1 = \frac{q}{Rq+h^2} \bar{u}$ $\bar{x}_2 = \frac{h}{Rq+h^2} \bar{u}$ $\bar{y} = \frac{60}{2\pi} \frac{h}{Rq+h^2} \bar{u}$

```

c=[ _____;
d= _____;

% calcolo dell'equilibrio
ueq= _____;
xeq= _____;
yeq= _____

```

Il valore a regime ottenuto per la velocità di rotazione dell'albero motore per unità di voltaggio applicato è quindi in linea con le specifiche del motore elettrico (fornite dal suo produttore): circa 1000 giri/min

Volendo quindi portare la velocità dell'albero motore $y(t)$ a una velocità di rotazione desiderata \bar{w} , essendo $\bar{y} = \bar{w} = G(0)\bar{u}$, basterà fissare il segnale di ingresso al valore $\bar{u} = \frac{\bar{w}}{G(0)}$.

La figura seguente mostra l'andamento dell'uscita $y(t)$ da motore fermo (corrente e velocità iniziali nulle) a velocità di regime desiderata \bar{w} pari a 1000 giri/min (comandi `ss2tf`, `tf`, `dcgain`, `step`).

```

[NUM, DEN]= _____;
G= _____);
T=linspace(0,4,1000);
w= _____; % velocità desiderata
u= _____; % y=w=G(0)u -> u=w/G(0)
y_w= _____;
figure(1); hold on;
plot( _____

```

Da tale figura si può osservare che il tempo necessario per portare a regime il sistema (tempo di risposta) è troppo elevato rispetto a quello richiesto (0.5 secondi). Infatti, il tempo di risposta è dato da (comandi `eig`, `max`)

```

autov= _____;
autov_dom= _____;
TD= _____;
TR= _____ % TR è circa pari a 1.68s (troppo!)

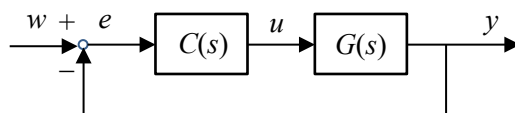
```

CONTROLLO IN ANELLO CHIUSO

Per portare la velocità di rotazione dell'albero motore a un valore desiderato in un tempo pari a circa mezzo secondo, utilizziamo un controllore ad azione proporzionale-integrale (PI)

$$C(s) = \frac{\mu}{s}(s + 3)$$

caratterizzante il seguente schema di controllo in anello chiuso



dove $G(s)$ è la funzione di trasferimento del sistema assegnato.

Le funzioni di trasferimento sono:

$$L(s) = C(s)G(s) = \frac{\mu}{s}(s + 3)G(s) \qquad Y(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}W(s)$$

La funzione di trasferimento di anello $L(s)$ ha un polo nell'origine e il sistema di controllo (se asintoticamente stabile) porterà l'uscita y _____. Inoltre, la presenza dello zero negativo in $C(s)$, farà _____ la fase di $L(i\omega)$, favorendo così la _____ del sistema di controllo (φ_c "alto" $\rightarrow \varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| > 0$)

Volendo per il sistema di controllo un tempo di risposta $T_R = \frac{5}{\omega_c} = \text{___} s$, la pulsazione critica del sistema di controllo dovrà essere pari a $\omega_c = \text{___} \text{ rad/s}$.

Valutiamo pulsazione critica e stabilità del sistema di controllo per $\mu = 1$, tracciando i diagrammi di Bode della corrispondente funzione di trasferimento di anello L (comandi `tf` e `margin`).

```
mu=____;
C=____;
L=____;
figure(2); margin(____); grid;
```

Si può osservare che

$\omega_c = \text{___} \text{ rad/s} \rightarrow$ va diminuita!

$\varphi_m = \text{___} \rightarrow$ il sistema di controllo è _____ (per il criterio di Bode)

Affinché la pulsazione critica sia pari a 10, occorre _____ μ per _____; così facendo, il diagramma del modulo _____ portando la pulsazione critica al valore desiderato.

Il diagramma della fase _____.

Valutiamo quindi il _____ (comando `bode`, per $\omega = 10$)

```
[mod, fase]=bode(____)
```

I nuovi diagrammi di Bode di L sono ora dati da:

```
mu=____;
C=____;
L=____;
figure(3); margin(____); grid;
```

Ora

$\omega_c = \text{___} \text{ rad/s} \rightarrow$ la specifica sul tempo di risposta è soddisfatta

$\varphi_m = \text{___} \rightarrow$ il sistema di controllo è _____

Simuliamo ora il sistema di controllo per portare l'albero motore da fermo a velocità di rotazione pari a 1000 giri/min

(**Nota:** ora la funzione di trasferimento da w a y è data da _____)

```
y_C=____;
figure(4);
plot(____)
```

La velocità di rotazione dell'albero motore tende al valore desiderato ($w = 1000$ giri/min); il valore di regime viene effettivamente raggiunto in circa 0.5 s.

RUOLO DEL DISTURBO (facoltativo)

Per valutare l'effetto sulla rotazione dell'elica di eventuali raffiche di vento caratterizzate da una velocità $v(t)$ non nota (disturbo), introduciamo nel modello un termine che corrisponde alla coppia di attrito generata sull'albero motore dalla raffica stessa. Le equazioni (in **anello aperto**) diventano quindi:

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{L}[u(t) - Rx_1(t) - hx_2(t)]$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{J}[-qx_2(t) + hx_1(t) - kv(t)]$$

$$y(t) = \frac{60}{2\pi}x_2(t)$$

dove il coefficiente di attrito k è pari a $0.2 \cdot 10^{-3} \text{ kg m s}^{-1}$.
Ciò corrisponde a introdurre un vettore

$$b_v = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

che descrive il ruolo di $v(t)$ sull'evoluzione dello stato $x(t)$ del sistema ($v(t)$ è, di fatto, un ulteriore ingresso che agisce sul sistema oltre a $u(t)$).

Con disturbo costante \bar{v} , l'uscita di regime diventa pari a $\bar{y} = \underline{\hspace{2cm}}$ dove $G(s)$ è la funzione di trasferimento da u a y e $G_v(s)$ quella da v a y^2 , definita dalle matrici ($\underline{\hspace{2cm}}$). Pertanto, in assenza di controllo, il sistema ritrova in uscita $\underline{\hspace{2cm}}$.

Verifichiamo ciò via simulazione, ipotizzando che l'elica, partendo da ferma e volendo raggiungere una velocità di rotazione a regime di 1000 giri/min, sia sottoposta a una raffica di vento costante v pari per esempio a 100.

```
kpar=_____
bv=[_____

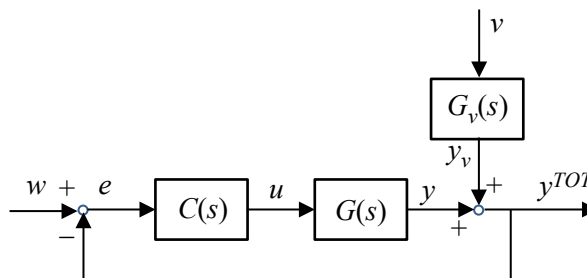
[NUMv, DENv]=_____
Gv=_____ % fdt da v a y
v=_____ ;
y_v=_____ ;
ytot=y_w+y_v;
figure(1); hold on;
plot(_____
```

La velocità di rotazione a regime dell'albero motore a regime, pari a $\underline{\hspace{2cm}}$ (comando `dcgain`), è ora $\underline{\hspace{2cm}}$ da quella desiderata (risente del disturbo).

`y=dcgain(_____`

Il tempo di risposta $\underline{\hspace{2cm}}$ (dipende da $\underline{\hspace{2cm}}$).

In **anello chiuso**, lo schema di controllo è ora dato da



Le funzioni di trasferimento sono:

$$L(s) = C(s)G(s) = \frac{\mu}{s}(s+3)G(s) \qquad Y(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}W(s) + \frac{G_v(s)}{1+L(s)}V(s)$$

Come già detto, la funzione di trasferimento di anello $L(s)$ ha un polo nell'origine; pertanto, il sistema di controllo progettato in precedenza porterà a regime $\underline{\hspace{2cm}}$ annullando gli effetti $\underline{\hspace{2cm}}$.

² Applicando l'operatore s alle equazioni di stato si ottiene: $G(s) = \frac{60}{2\pi JL} \frac{h}{s^2 + (\frac{R}{L} + \frac{q}{J})s + \frac{Rq+h^2}{LJ}} = \frac{N(s)}{\Delta(s)}$ e

$$G_v(s) = -\frac{60}{2\pi JL} \frac{k}{s^2 + (\frac{R}{L} + \frac{q}{J})s + \frac{Rq+h^2}{LJ}} = \frac{N_v(s)}{\Delta(s)}, \text{ con } N(s) = \frac{60}{2\pi JL} h, N_v(s) = -\frac{60}{2\pi JL} k \text{ e } \Delta(s) = s^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{q}{J}\right)s + \frac{Rq+h^2}{LJ}$$

Simulando, si ha:

```
y_v=_____ ; % la funzione di trasferimento da v a y è Gv/(1+L)
ytot=y_C+y_v;
figure(4); hold on;
plot(_____
```

In entrambi i casi (assenza di disturbo e presenza di disturbo) la velocità di rotazione dell'albero motore _____ ($\omega = 1000$ giri/min); in particolare, quindi, il sistema di controllo _____

In assenza di disturbo, il valore di regime viene effettivamente raggiunto in circa 0.5 s.

Tuttavia, in presenza di disturbo, il tempo necessario affinché ciò avvenga resta pari al tempo di risposta del sistema (troppo elevato rispetto alla specifica richiesta).

Ciò è dovuto al fatto che _____ della funzione di trasferimento dal disturbo v all'uscita y

$$\frac{G_v(s)}{1 + L(s)}$$

sono dati dalle radici di $1 + L(s) = 0$ e dai poli di $G_v(s)$.

I poli di $G_v(s)$ sono in (comando `roots`)

```
poliGv=_____
```

Pertanto, si ha il polo dominante circa in _____ (era il polo dominante del sistema in assenza di controllo - comando `eig(A)`) a cui consegue un tempo di risposta circa pari a $-\frac{5}{\text{_____}} = \text{_____}$ s.