

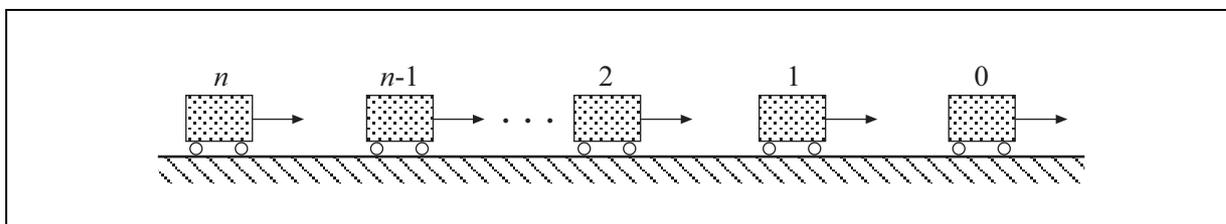
# AUTOMATIZZAZIONE DEL MOTO DI UN CONVOGLIO

A cura di Sergio Rinaldi, DEI, Politecnico di Milano, Via Ponzio 34/5, Milano

## Riassunto

Il problema qui descritto è quello dell'automatizzazione del moto di un convoglio in cui la guida di ogni autoveicolo è basata esclusivamente sulla velocità del veicolo stesso e sulla distanza dal veicolo che lo precede (controllo decentralizzato). Il veicolo di testa segue, invece, una preassegnata legge di moto. Il sistema è progettato in modo da soddisfare un certo numero di prerequisiti, tra cui il principale è quello di evitare la collisione in caso di improvvisa frenata del veicolo di testa. Il software allegato (*ConvoglioSim.exe*) simula il moto dell'intero convoglio (descritto da  $2n$  equazioni differenziali se il convoglio è costituito da  $n$  autoveicoli) e lo rappresenta con viste dall'alto. Il software permette di variare sia i parametri caratterizzanti gli autoveicoli che quelli caratterizzanti le politiche di guida. Particolare attenzione è dedicata alla simulazione e alla visualizzazione delle fasi di accelerazione e frenata.

Si consideri il convoglio rappresentato in figura costituito da un automezzo guida seguito da  $n$  automezzi uguali di massa  $m$ , e si supponga che in condizioni nominali tutti gli automezzi si muovano a velocità costante  $v$  a distanza  $L$  l'uno dall'altro.



Un convoglio costituito da un automezzo guida (0) e da  $n$  automezzi uguali (1,2,...,n).

Ogni automezzo è descritto da due variabili di stato, la sua posizione  $x_1$  e la sua velocità  $x_2$ , legate tra loro dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m}(u - hx_2)\end{aligned}$$

dove  $u$  è la forza complessiva esercitata da motore e freni e  $hx_2$  è la forza di attrito. Per specificare la dinamica dell'intero convoglio è necessario precisare la condotta di guida di ogni singolo automezzo, cioè la legge secondo cui  $u$  dipende dalle variabili di stato. Nel caso di un convoglio automatizzato si potrebbe pensare a politiche di guida molto sofisticate, in cui la forza  $u$  applicata a ogni automezzo venga fatta dipendere da tutte le variabili di stato dell'intero convoglio, rilevate per mezzo di opportuni sensori e trasmesse, per esempio, all'automezzo guida che fungerebbe in tal caso da controllore

centralizzato. Ma una soluzione tecnica decisamente più semplice è quella decentralizzata, che consiste nel munire ogni singolo automezzo di un controllore che fa automaticamente dipendere la forza  $u$  da variabili facilmente misurabili, quali la velocità dell'automezzo e la sua distanza da quello che lo precede. Tenendo conto che, in condizioni nominali, la forza motrice deve uguagliare la forza di attrito  $hx_2$  (affinché l'accelerazione  $\dot{x}_2$  sia nulla) è spontaneo pensare di utilizzare l'informazione sull'eccesso di distanza e di velocità (rispetto ai valori nominali) per incrementare o decrementare la forza motrice, ad esempio secondo la formula

$$u = hx_2 + \frac{m}{\tau^2} \left( \text{eccesso di distanza} - \frac{L}{v} \text{eccesso di velocità} \right)$$

dove  $\tau$  è un'opportuna costante. Tale costante identifica il controllore e va fissata in modo che la dinamica del convoglio sia soddisfacente in base a diversi criteri tra cui, fondamentale, quello di evitare tamponamenti tra automezzi del convoglio. Per motivi di sicurezza, si può allora considerare il caso estremo in cui l'automezzo guida si blocchi istantaneamente in un punto (nel seguito considerato come origine) e determinare i valori del parametro di progetto  $\tau$  che garantiscono che il primo automezzo non vada a tamponare l'automezzo guida. Poiché tutti gli altri automezzi si trovano, durante la frenata, in condizioni meno critiche del primo, i valori di  $\tau$  così determinati saranno tutti accettabili perché garantiranno l'assenza di tamponamenti all'interno di tutto il convoglio.

Se il blocco dell'automezzo guida nel punto 0 ha luogo all'istante  $t = 0$ , la posizione  $x_1(t)$  del primo automezzo è negativa (almeno per  $t$  sufficientemente piccolo) e l'eccesso di distanza è, quindi, pari a  $(-x_1(t) - L)$ , mentre l'eccesso di velocità è pari a  $(x_2(t) - v)$ . Pertanto, la dinamica del primo automezzo è descritta dalle equazioni

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m} \left[ hx_2 + \frac{m}{\tau^2} \left( -x_1 - L - \frac{L}{v} [x_2 - v] \right) - hx_2 \right] = -\frac{x_1}{\tau^2} - \frac{L}{\tau^2 v} x_2 \end{aligned}$$

cioè da un sistema autonomo del secondo ordine  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$  con

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{\tau^2} & -\frac{T}{\tau^2} \end{vmatrix}$$

dove  $T=L/v$ . Tale sistema è asintoticamente stabile per tutti i valori di  $\tau$ , poiché  $\text{tr}\mathbf{A} < 0$  e  $\det \mathbf{A} > 0$ . Gli autovalori di  $\mathbf{A}$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{T}{2\tau^2} \left( 1 \mp \sqrt{1 - 4\frac{\tau^2}{T^2}} \right)$$

hanno infatti parte reale negativa e sono complessi coniugati per  $\tau > T/2$  e reali per  $\tau \leq T/2$ . Nel caso gli autovalori siano reali, i due autovettori soddisfano la relazione

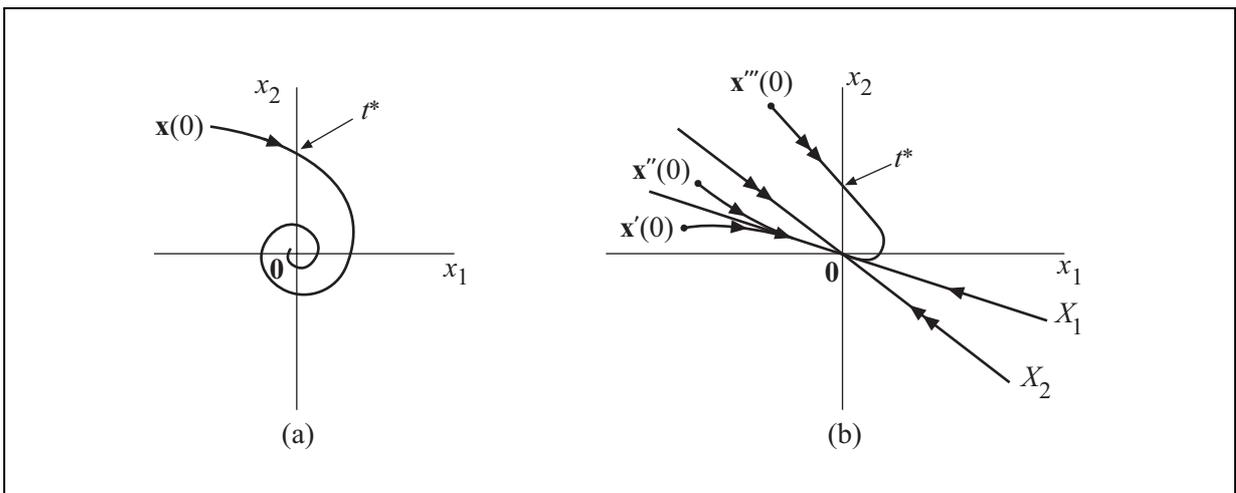
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1/\tau^2 & -T/\tau^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} = \lambda_{1,2} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}$$

per cui le rette  $X_1$  e  $X_2$  corrispondenti ai due autovettori hanno equazione

$$x_2 = \lambda_{1,2} x_1$$

cioè sono due rette passanti per l'origine con pendenza negativa, di cui quella associata all'autovalore dominante ( $X_1$ ) è quella meno pendente.

Le traiettorie sono pertanto quelle di un fuoco stabile o di un nodo stabile, come mostrato nella parte (a) della figura a pagina seguente. La figura evidenzia che, nel caso  $\tau > T/2$  (fuoco stabile), la traiettoria attraversa a un certo istante  $t^*$  l'asse  $x_2$  dello spazio di stato e ciò significa che all'istante  $t^*$  il primo automezzo tampona l'automezzo guida fermo nel punto 0. La parte (b) della figura mostra, invece, che nel caso  $\tau < T/2$  il tamponamento non avviene se lo stato iniziale  $\mathbf{x}(0)$  è sotto la retta  $X_2$  (stati  $\mathbf{x}'(0)$  e  $\mathbf{x}''(0)$  in figura) ed è inevitabile se  $\mathbf{x}(0)$  è sopra la retta  $X_2$  (stato  $\mathbf{x}'''(0)$  in figura).



Traiettorie di un fuoco stabile (a) nel caso  $\tau > T/2$  e di un nodo stabile (b) nel caso  $\tau < T/2$ . Il tamponamento avviene all'istante  $t^*$ .

Per arrivare a una conclusione definitiva, ci si può chiedere in quale di queste situazioni ci si trovi normalmente, per esempio qualora il blocco dell'automezzo guida avvenga mentre il convoglio si muove in condizioni nominali, per cui

$$x_1(0) = -L \quad x_2(0) = v = \frac{L}{T}$$

E' facile riconoscere (la verifica è lasciata al lettore) che

$$\frac{x_2(0)}{x_1(0)} > \lambda_{1,2} \quad \text{per } \tau \leq \frac{T}{2}$$

per cui lo stato iniziale è sotto la retta  $X_1$  (come lo stato  $x'(0)$  in figura) cosicché, come già detto, il tamponamento non può avvenire.

La conclusione di questa semplice analisi è che nel convoglio non potranno avvenire tamponamenti durante le fasi di frenata se il parametro di progetto  $\tau$  sarà sufficientemente piccolo ( $\tau \leq T/2$ ). Peraltro, poiché bassi valori di  $\tau$  possono essere realizzati soltanto con motori e impianti frenanti capaci di esercitare grandi forze, ne segue che, per motivi di costo, sarà opportuno indirizzare la scelta del parametro  $\tau$  verso valori elevati. Tutto ciò porta quindi spontaneamente a candidare come scelta razionale di progetto il valore  $\tau^* = T/2$ .

Naturalmente, prima di confermare definitivamente il progetto appena eseguito, è opportuno verificare che la dinamica del convoglio sia accettabile anche in condizioni diverse da quelle considerate nella fase di progetto. Per questo si può sviluppare un software di simulazione che permetta di calcolare posizione e velocità di ogni mezzo al variare del tempo e con guida del primo automezzo opportunamente specificata. Inoltre, per rendere meno ardua l'interpretazione delle simulazioni si può visualizzare il movimento dell'intero convoglio, per esempio con viste dall'alto. Nel software allegato (ConvoglioSim.exe) i parametri di progetto, incluso il numero dei veicoli, sono fissati a particolari valori di default ma sono arbitrariamente modificabili dall'utente. La simulazione fa riferimento alle fasi di avviamento e frenata del convoglio, con l'automezzo guida che nella fase di avviamento si muove con forza motrice costante e tale da raggiungere a regime la velocità  $W$  impostata. Scegliendo vari valori di  $\tau$  si possono evidenziare diversi comportamenti del convoglio. Per esempio, con riferimento ai valori di default

- con  $\tau=2.2$  il convoglio si allunga e si accorcia a fisarmonica finché l'ultimo veicolo tampona il penultimo. Inoltre, il blocco istantaneo del primo automezzo (generabile a comando dall'utente) provoca il tamponamento dei restanti automezzi;
- con  $\tau=1.9$  il convoglio si comporta ancora a fisarmonica nella fase di avvio, durante la quale non avviene tuttavia alcun incidente. Il blocco istantaneo del primo automezzo provoca il tamponamento dell'intero convoglio;
- con  $\tau=1.2$  non c'è più comportamento a fisarmonica, ma il blocco istantaneo del primo automezzo provoca ancora il tamponamento dell'intero convoglio;
- con  $\tau=0.55$  il tamponamento dovuto al blocco del primo automezzo non coinvolge l'intero convoglio;
- con  $\tau=0.3$  (minore di  $\tau^*=0.5$ ), come previsto dalla teoria, il blocco istantaneo del primo automezzo non provoca alcun incidente.