Fondamenti di automatica – Argomenti da ripassare

1. Equazioni differenziali lineari

1.1. Cosa sono (studieremo quasi sempre quelle a coefficienti cost.)

$$y^{(n)}(t) + \alpha_1(t)\, y^{(n-1)}(t) + \dots + \alpha_n(t)\, y(t) = \beta(t)$$

(equazione di ordine n), oppure $y(t) = x_1(t)$ e

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) = x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) = -\alpha_1(t)\, x_n(t) + \dots - \alpha_n(t)\, x_1(t) + \beta(t) \end{cases}$$

(sistema di n equazioni del I ordine).

1.2. Si possono risolvere?
(non ci interessa tanto sapere "come", ma sapere che in "certi casi" si può fare)

1.2.1. Il problema "omogeneo" ($\beta(t) \equiv 0$) con $\alpha_i(t) = \text{cost.}$ SI

1.2.2. Il problema "non omogeneo" con $\alpha_i(t) = \text{cost.}$ è risolubile per certe classi di funzioni $\beta(t)$ (polinomi, sin, exp)

1.2.3. La soluzione di un problema "non omogeneo" è data da quella generale del p. omogeneo (che tiene conto di tutte le possibili condizioni iniziali $x(0)$) + la sol. particolare del p. non omogeneo corrispondente a $x(0)=0$.

1.2.4. Il caso (non omogeneo) del I ordine a coeff. variabili

$$\dot{y}(t) + \alpha(t)\, y(t) = \beta(t)$$

$$y(t) = e^{-\int_{t_0}^{t} \alpha(\tau)\, d\tau} \cdot y(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{-\int_{\tau}^{t} \alpha(\tilde{\tau})\, d\tilde{\tau}} \cdot \beta(\tau)\, d\tau$$

2. Algebra delle matrici

2.1. Somma e prodotto

2.2. Rango e sistemi di equazioni (algebriche) lineari (teorema di Rouché-Capelli)

2.3. Matrici quadrate

2.3.1. Determinante e sue proprietà

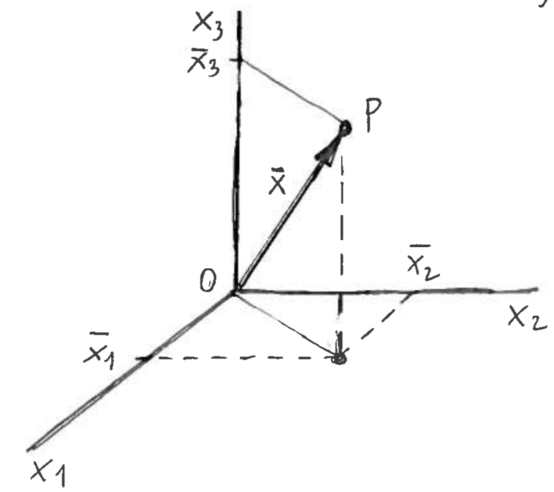
2.3.2. Traccia e sue proprietà

2.3.3. Autovalori e autovettori

3. Lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^n$

3.1. Vettori e loro operazioni (somma, prodotto scalare e vettoriale, prodotto matrice-vettore)

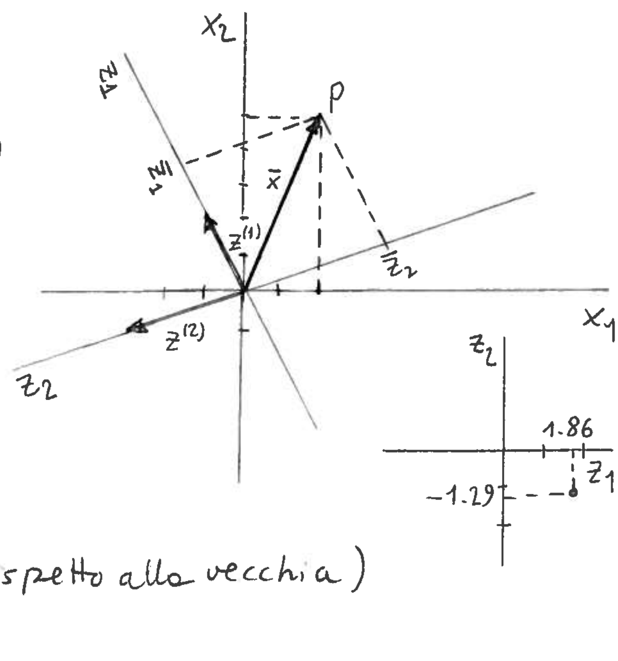
3.2. Coordinate cartesiane



3.3. Coordinate rispetto a una base non ortogonale

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad z^{(1)} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad z^{(2)} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Il cambio di coordinate è lineare: $z = Tx$ con $T\,(2\times 2)$ invertibile



$$x = T^{-1} z$$

$z = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ deve dare $x = z^{(1)}$

$z = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ deve dare $x = z^{(2)}$

Quindi, in $\mathbb{R}^n$,

$$T^{-1} = \left[z^{(1)}, \dots, z^{(n)} \right]$$

(coordinate della nuova base rispetto alla vecchia)

4. Esponenziali e logaritmi

5. Numeri complessi

5.1. Rappresentazioni cartesiane e polari

5.2. Soma, prodotto, quoziente

6. Trasformate (se viste in qualche corso)

6.1. Trasformata di Laplace

6.2. Trasformata zeta