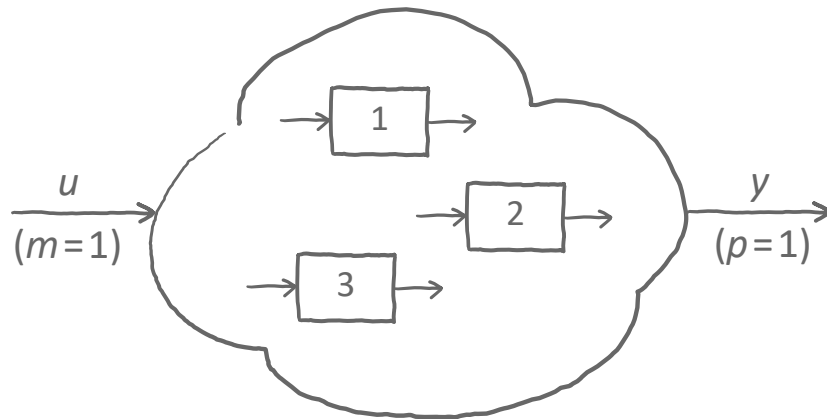
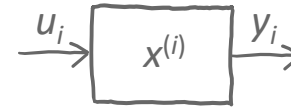


- Introduzione
- Formulazione del modello (dinamico, lineare, tempo-invariante)
- Movimento ed equilibrio
- Stabilità
- I sistemi non lineari (cenni)
- Raggiungibilità ed osservabilità
- Progetto di sistemi di controllo (nel dominio del tempo)
- Segnali e sistemi nel dominio della frequenza
- Progetto di sistemi di controllo (nel dominio della frequenza)

AGGREGATI DI SOTTO-SISTEMI

sotto-sistema i -esimo

stato dell'aggregato

$$X = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \vdots \\ i \end{bmatrix}$$

Nota: schema a blocchi "connesso"
(dall'ingresso u si raggiungono tutti i sotto-sistemi)

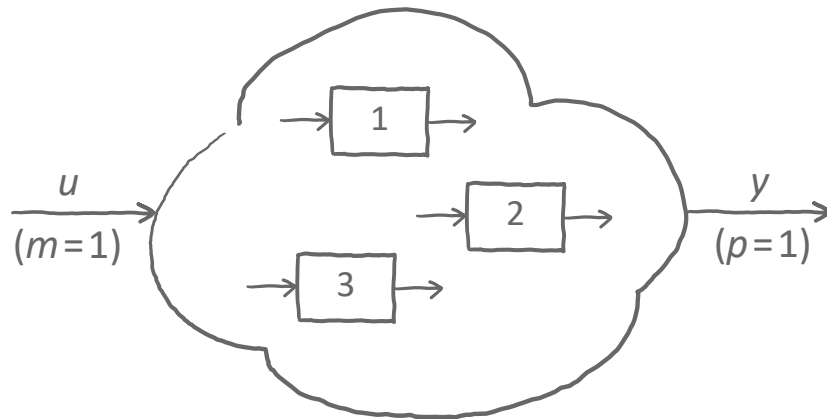
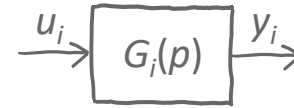
OBIETTIVO: formulare

$$\begin{array}{l} \text{mod.} \\ \text{interno} \end{array} \quad \begin{array}{l} pX = Ax + bu \\ y = c^T x + du \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{mod.} \\ \text{ARMA} \end{array} \quad D(p)y = N(p)u$$

$$\text{F.d.T.} \quad G(p) = \frac{n(p)}{d(p)}$$

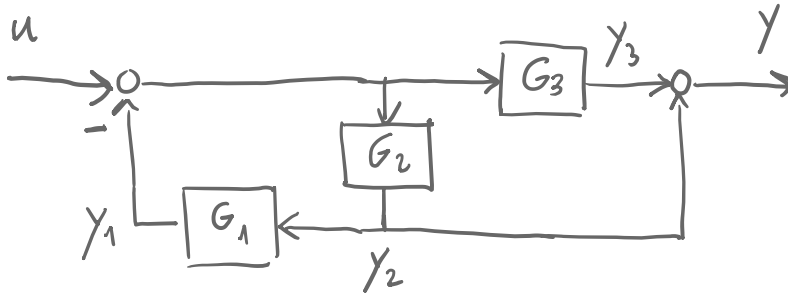
del sistema aggregato a partire dalle formulazioni dei singoli sotto-sistemi.

FDT DELL'AGGREGATO (di S sotto-sistemi)sotto-sistema i -esimonotazione sintetica: $y_i = G_i u_i$ Procedura: sfruttiamo la notazione sintetica per scrivere S equazioni lineari nelle incognite y_i

$$y_i = G_i \underbrace{\left(\text{combinazione di } y_j \text{ e } u \right)}_{u_i}, \quad i = 1, \dots, S$$

dove l'ingresso u_i è ricavato dallo schema a blocchi come combinazione delle incognite y_j ($j \neq i$ o anche $= i$) e dell'ingresso u del sistema aggregato.Le soluzioni sono di tipo $y_i = G_{uy_i} \cdot u$ (uniche perché lo schema è "connesso").Anche l'uscita y dell'aggregato è combinazione di y_j e u . Sostituendovi le espressioni di y_j si ottiene laF.d.T. dell'aggregato $y = G u$

ESEMPIO



3 eq. nelle incognite y_1, y_2, y_3

$$y_1 = G_1 y_2$$

$$y_2 = G_2 (u - y_1)$$

$$y_3 = G_3 (u - y_1)$$

$$y_1 = G_1 G_2 (u - y_1) \rightarrow y_1 = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2} u$$

G_{uy_1}

$$y_2 = G_2 \left(1 - \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2}\right) u = \frac{G_2}{1 + G_1 G_2} u$$

G_{uy_2}

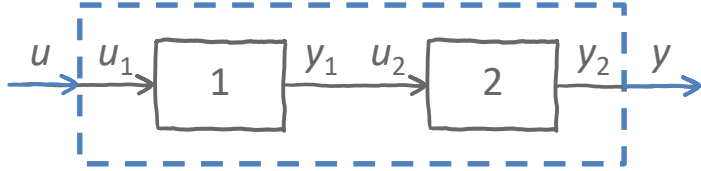
$$y_3 = G_3 \left(1 - \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2}\right) u = \frac{G_3}{1 + G_1 G_2} u$$

G_{uy_3}

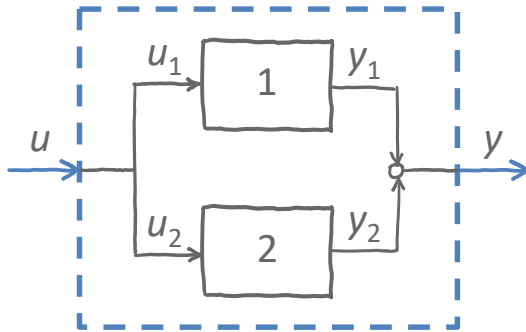
$$y = y_2 + y_3 = \frac{G_2 + G_3}{1 + G_1 G_2} u \rightarrow G = \frac{G_2 + G_3}{1 + G_1 G_2}$$

3 (SEMPLICI) CONFIGURAZIONI: SERIE, PARALLELO E RETROAZIONE

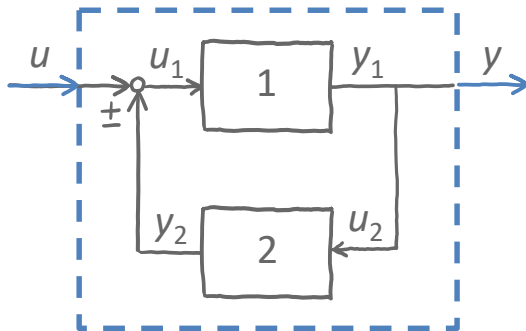
SERIE



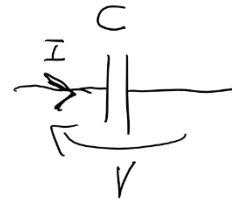
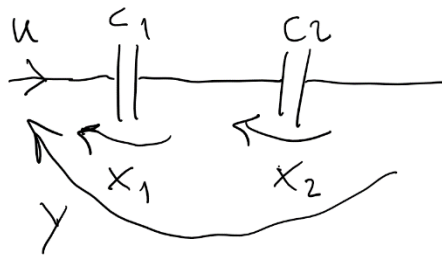
PARALLELO



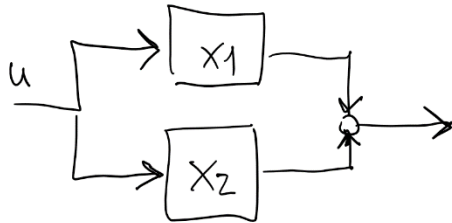
RETROAZIONE (positiva o negativa \pm)



Nota : serie e parallelo tra sistemi dinamici non sempre corrispondono ai collegamenti serie e parallelo dell'elettrotecnica



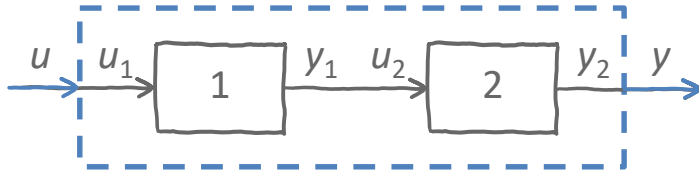
$$C \dot{V} = I$$



quindi sono due sistemi in parallelo

3 (SEMPLICI) CONFIGURAZIONI: SERIE, PARALLELO E RETROAZIONE

SERIE



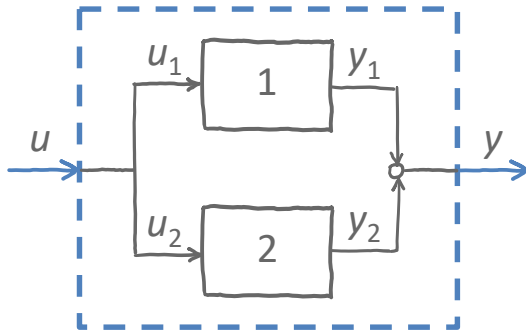
$$y_1 = G_1 u$$

$$y_2 = G_2 y_1 = G_1 G_2 u$$

$$y = y_2 = G_1 G_2 u$$

$$G = G_1 G_2$$

PARALLELO

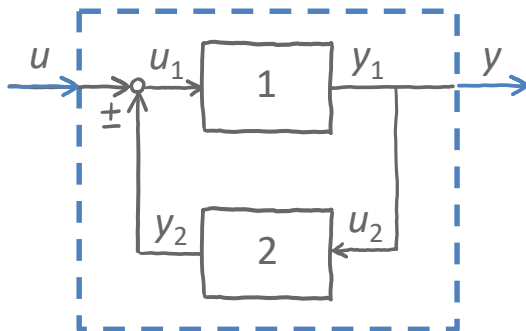


$$y_1 = G_1 u$$

$$y_2 = G_2 u$$

$$y = y_1 + y_2 = (G_1 + G_2) u$$

$$G = G_1 + G_2$$

RETROAZIONE (positiva o negativa \pm)

$$y_1 = G_1 (u \pm y_2) = G_1 (u \pm G_2 y_1)$$

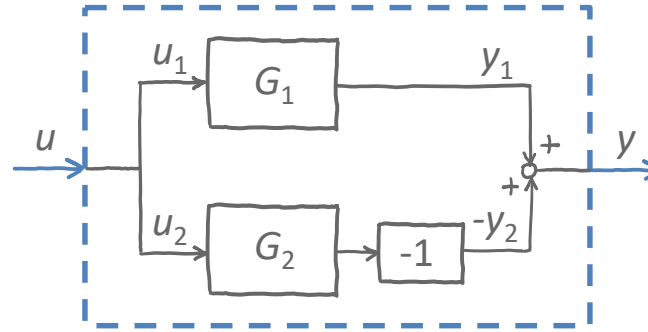
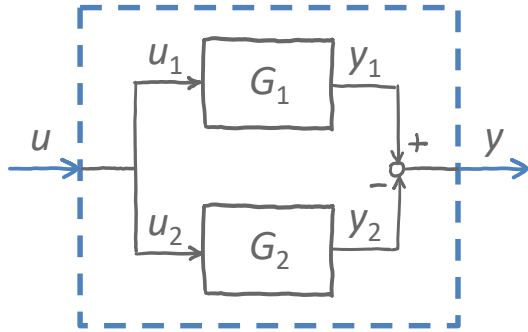
$$y_2 = G_2 y_1$$

$$y = y_1$$

$$y_1 = \frac{G_1}{1 \mp G_1 G_2} u$$

$$G = \frac{G_1}{1 \mp G_1 G_2}$$

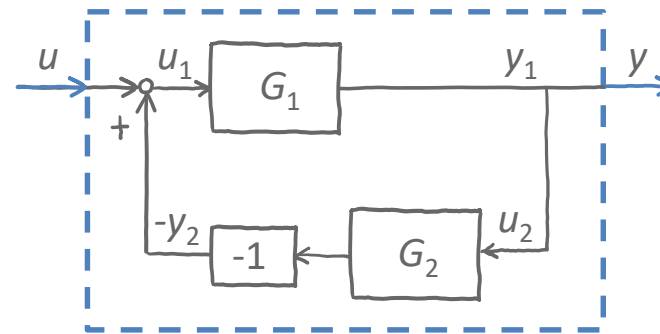
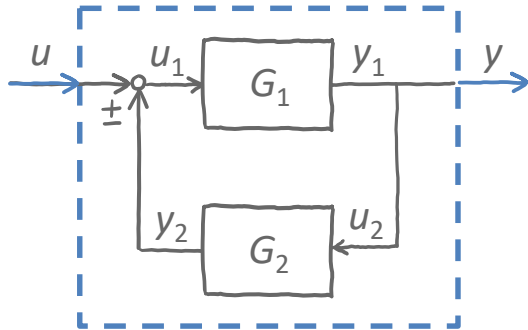
NOTA SUL PARALLELO: segni meno sul nodo somma, p.e., $y = y_1 - y_2$



$$G = G_1 - G_2$$

NOTA SULLA RETROAZIONE: cos'è l'anello e come utilizzare la sola formula della retroazione positiva
 Se utilizziamo le due formule (con \mp)

Oppure usiamo la formula della ret. positiva anche in caso di ret. negativa



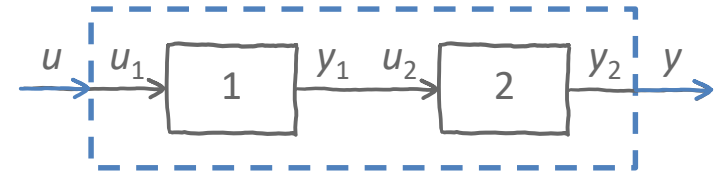
F.d.T. anello: $L = G_1 G_2$ (senza segno del nodo)
 (definizione scorretta ma spesso usata nel contesto della retroazione negativa)

F.d.T. anello: $L = -G_1 G_2$ (con il segno del nodo)

$$G = \frac{G_1}{1 \mp G_1 G_2} = \frac{\text{F.d.T. d'andata}}{1 \mp \text{F.d.T. d'anello}}$$

$$G = \frac{G_1}{1 - (-G_1 G_2)} = \frac{\text{F.d.T. d'andata}}{1 - \text{F.d.T. d'anello}}$$

SERIE – Modello interno



$$p x^{(1)} = A_1 x^{(1)} + b_1 u$$

$$p x^{(2)} = A_2 x^{(2)} + b_2 y_1 = A_2 x^{(2)} + b_2 c_1^T x^{(1)} + d_1 b_2 u$$

$$y_1 = c_1^T x^{(1)} + d_1 u$$

$$y = y_2 = c_2^T x^{(2)} + d_2 y_1 = c_2^T x^{(2)} + d_2 c_1^T x^{(1)} + d_1 d_2 u$$

$$\begin{matrix} n_1 \\ n_2 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} p x^{(1)} \\ \hline p x^{(2)} \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \overbrace{\begin{bmatrix} A_1 & 0 \end{bmatrix}}^{n_1} \\ \hline \underbrace{\begin{bmatrix} b_2 c_1^T & A_2 \end{bmatrix}}_{A} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} x^{(1)} \\ \hline x^{(2)} \end{matrix} + \begin{matrix} b_1 \\ \hline d_1 b_2 \end{matrix} u$$

$$\begin{matrix} i \rightarrow \\ \underbrace{b_2}_{(n_2 \times 1)} \end{matrix} \begin{bmatrix} b_{2i} \end{bmatrix} \begin{matrix} j \\ \underbrace{c_1^T}_{(1 \times n_1)} \end{matrix} \begin{bmatrix} c_{1j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{2i} \cdot c_{1j} \end{bmatrix}$$

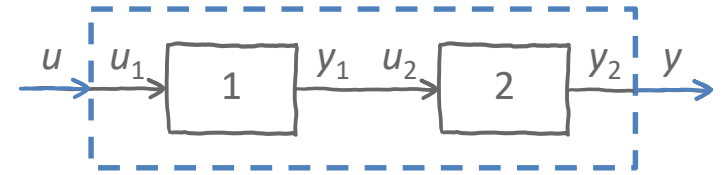
SERIE – Modello interno

$$p x^{(1)} = A_1 x^{(1)} + b_1 u$$

$$p x^{(2)} = A_2 x^{(2)} + b_2 y_1 = A_2 x^{(2)} + b_2 c_1^T x^{(1)} + d_1 b_2 u$$

$$y_1 = c_1^T x^{(1)} + d_1 u$$

$$y = y_2 = c_2^T x^{(2)} + d_2 y_1 = c_2^T x^{(2)} + d_2 c_1^T x^{(1)} + d_1 d_2 u$$

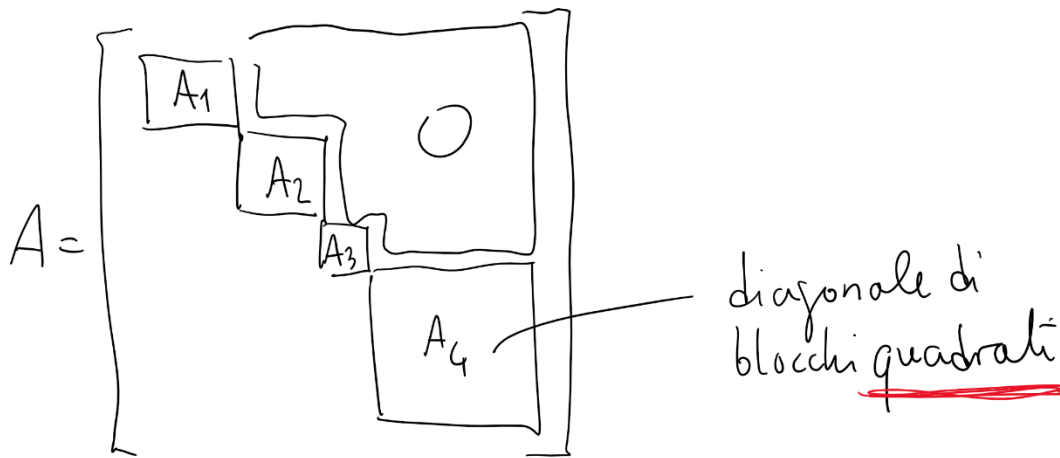


$$\underbrace{\begin{bmatrix} p x^{(1)} \\ p x^{(2)} \end{bmatrix}}_{pX} = \underbrace{\begin{bmatrix} \overbrace{A_1}^{n_1} & \overbrace{0}^{n_2} \\ b_2 c_1^T & A_2 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ d_1 b_2 \end{bmatrix}}_b u$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} d_2 c_1^T & c_2^T \end{bmatrix}}_{c^T} \underbrace{\begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} d_1 d_2 \end{bmatrix}}_d u$$

NOTA: MATRICI TRIANGOLARI (O DIAGONALI) A BLOCCHI

$$A = \begin{bmatrix} \overbrace{A_1}^{n_1} & \overbrace{O}^{n_2} \\ b_2 c_1^T & A_2 \end{bmatrix}$$



autovalori $(A) =$ unione di quelli di A_1, A_2, \dots

SERIE – Modello esterno

$$\text{sist. 1) } \begin{matrix} u_1 \\ \parallel \\ u \end{matrix} \quad D_1 y_1 = N_1 u \quad \text{sist. 2) } \begin{matrix} y_2 \\ \parallel \\ y_1 \end{matrix} \quad D_2 y_1 = N_2 y_1 \quad \text{obiettivo: } Dy = Nu$$

moltiplico l'ARMA del s.2 per D_1

$$D_1 D_2 y = N_2 D_1 y_1 = N_1 N_2 u \quad \text{F.d.t.} \quad G = \frac{N_1 N_2}{D_1 D_2} = G_1 \cdot G_2$$

$$D = D_1 D_2, \quad N = N_1 N_2 \quad ?$$

Si se N_2 e D_1 sono coprimi, altrimenti
 $N_2 = (p-\lambda) \tilde{N}_2, \quad D_1 = (p-\lambda) \tilde{D}_1$ moltiplico l'ARMA del s.2 per \tilde{D}_1 invece che per D_1

$$\underbrace{\tilde{D}_1 D_2 y}_D = \underbrace{\tilde{N}_2 (p-\lambda)}_{N_2} \overbrace{\tilde{D}_1}^{D_1} y_1 = \underbrace{\tilde{N}_2 N_1}_N u$$

Conclusione: le radici in comune tra D_1 e N_2 NON vanno messe nell'ARMACi possono essere radici in comune tra N e D ?

(oltre a quelle eventualmente presenti nei singoli sotto-sistemi)

Sì, sono quelle in comune tra N_1 e D_2

PARALLELO – Modello interno

$$p x^{(1)} = A_1 x^{(1)} + b_1 u$$

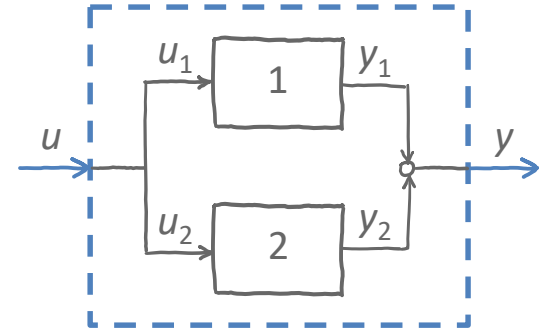
$$p x^{(2)} = A_2 x^{(2)} + b_2 u$$

$$y = y_1 + y_2 = c_1^T x^{(1)} + d_1 u + c_2^T x^{(2)} + d_2 u$$

$$A = \left[\begin{array}{c|c} A_1 & 0 \\ \hline 0 & A_2 \end{array} \right] \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

diagonale a blocchi

$$c^T = [c_1^T \mid c_2^T] \quad d = [d_1 + d_2]$$



PARALLELO – Modello esterno

$$s.1) \quad D_1 Y_1 = N_1 u \quad s.2) \quad D_2 Y_2 = N_2 u \quad Y = Y_1 + Y_2$$

$$D_1 D_2 Y = D_2 D_1 Y_1 + D_1 D_2 Y_2 = (N_1 D_2 + D_1 N_2) u$$

$$G = \frac{N_1 D_2 + D_1 N_2}{D_1 D_2} = \frac{N_1}{D_1} + \frac{N_2}{D_2} = G_1 + G_2$$

PARALLELO – Modello esterno

$$s.1) \quad D_1 Y_1 = N_1 u \quad s.2) \quad D_2 Y_2 = N_2 u \quad Y = Y_1 + Y_2$$

$$\underbrace{D_1 D_2}_D Y = D_2 D_1 Y_1 + D_1 D_2 Y_2 = \underbrace{(N_1 D_2 + D_1 N_2)}_N u$$

$D = ?$ $N = ?$

Si, se D_1 e D_2 sono coprimi, altrimenti

$$D_1 = (p-d) \tilde{D}_1, \quad D_2 = (p-d) \tilde{D}_2$$

allora, basta moltiplicare per $\tilde{D}_1 \tilde{D}_2 (p-d)$ invece che per $D_1 D_2$

$$\underbrace{\tilde{D}_1 \tilde{D}_2 (p-d)}_D Y = \tilde{D}_2 \underbrace{(p-d) \tilde{D}_1}_{D_1} Y_1 + \tilde{D}_1 \underbrace{(p-d) \tilde{D}_2}_{D_2} Y_2 = \underbrace{(N_1 \tilde{D}_2 + \tilde{D}_1 N_2)}_N u$$

Conclusione: delle radici in comune tra D_1 e D_2 ne va messa una sola nell'ARMA
(una per ogni coppia di radici in comune)

PARALLELO – Modello esterno

$$\underbrace{\tilde{D}_1 \tilde{D}_2 (p-\lambda)}_D y = \underbrace{(N_1 \tilde{D}_2 + \tilde{D}_1 N_2)}_N u$$

Ci possono essere radici in comune tra N e D ?

(oltre a quelle eventualmente presenti nei singoli sotto-sistemi)

Le radici in comune tra \tilde{D}_1 e N sono necessariamente radici di $N_1 \tilde{D}_2$, ma non possono essere radici di \tilde{D}_2 (altrimenti N e D non sarebbero corretti), quindi sono radici in comune tra N_1 e \tilde{D}_1 , ovvero già presenti nel sist. 1

Analogamente, le radici in comune tra \tilde{D}_2 e N sono in comune tra N_2 e \tilde{D}_2

L'unica possibilità per avere nuove radici in comune tra N e D è che λ , oltre ad essere in comune tra D_1 e D_2 , sia anche radice di N (fatto molto particolare).

RETROAZIONE – Modello interno

$$p x^{(1)} = A_1 x^{(1)} + b_1 (u \pm y_2)$$

$$p x^{(2)} = A_2 x^{(2)} + b_2 y$$

$$y = c_1^T x^{(1)} + d_1 (u \pm y_2)$$

$$y_2 = c_2^T x^{(2)} + d_2 y$$

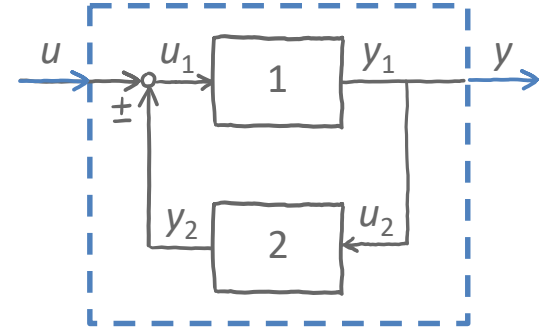
$$y = c_1^T x^{(1)} + d_1 (u \pm c_2^T x^{(2)} \pm d_2 y)$$

$$(1 \mp d_1 d_2) y = \underbrace{c_1^T x^{(1)} \pm d_1 c_2^T x^{(2)} + d_1 u}_{\dots}$$

$$y = \frac{1}{(1 \mp d_1 d_2)} (\dots)$$

→ supposto $\neq 0$

(altrimenti c'è un assurdo nel modello, ovvero un "anello algebrico (istantaneo) non risolvibile")



RETROAZIONE – Modello interno

$$p x^{(1)} = A_1 x^{(1)} + b_1 (u \pm y_2)$$

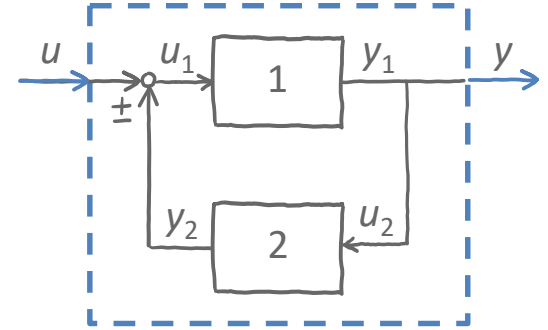
$$p x^{(2)} = A_2 x^{(2)} + b_2 y$$

$$y = c_1^T x^{(1)} + d_1 (u \pm y_2)$$

$$y_2 = c_2^T x^{(2)} + d_2 y$$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 + \frac{d_2 b_1 c_1^T}{1 \mp d_1 d_2} & b_1 c_2^T + \frac{d_1 d_2 b_1 c_2^T}{1 \mp d_1 d_2} \\ \frac{b_2 c_1^T}{1 \mp d_1 d_2} & A_2 \pm \frac{d_1 b_2 c_1^T}{1 \mp d_1 d_2} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad d = \frac{d_1}{1 \mp d_1 d_2}$$



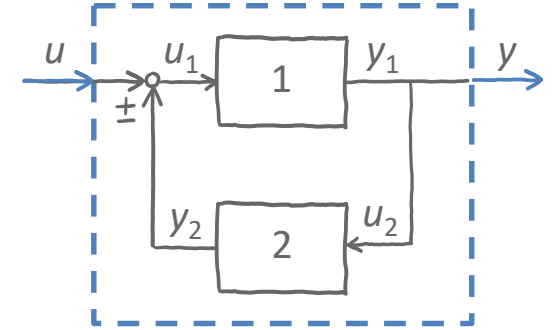
RETROAZIONE – Modello esterno

$$s.1) D_1 y = N_1 (u \pm y_2) \quad s.2) D_2 y_2 = N_2 y$$

moltiplico l'ARMA di s.1 per D_2

$$D_1 D_2 y = N_1 D_2 u \pm N_1 D_2 y_2 = N_1 D_2 u \pm N_1 N_2 y$$

$$(D_1 D_2 \mp N_1 N_2) y = N_1 D_2 u$$



$$G = \frac{N_1 D_2}{D_1 D_2 \mp N_1 N_2} = \frac{\cancel{N_1 D_2} / \cancel{D_1 D_2}}{1 \mp \frac{N_1 N_2}{D_1 D_2}} = \frac{G_1}{1 \mp G_1 G_2}$$

RETROAZIONE – Modello esterno

$$S.1) D_1 y = N_1 (u \pm y_2) \quad S.2) D_2 y_2 = N_2 y$$

moltiplico l'ARMA di S.1 per D_2

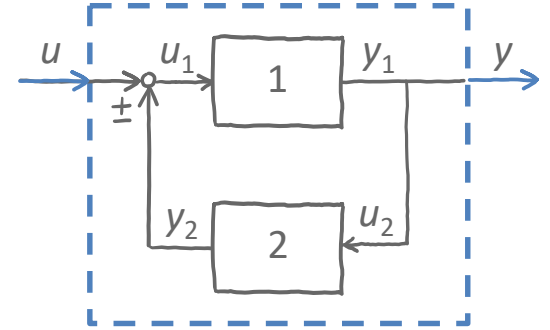
$$D_1 D_2 y = N_1 D_2 u \pm N_1 D_2 y_2 = N_1 D_2 u \pm N_1 N_2 y$$

$$(D_1 D_2 \mp N_1 N_2) y = N_1 D_2 u$$

Nota: dobbiamo rendere D monico nel caso di S.1 e S.2 entrambi impropri

$$\left((1 \mp d_1 d_2) p^{n_1+n_2} + \dots \right) y = N_1 D_2 u$$

$$\underbrace{\left(\frac{D_1 D_2 \mp N_1 N_2}{1 \mp d_1 d_2} \right)}_{D=?} y = \underbrace{\frac{N_1 D_2}{1 \mp d_1 d_2}}_{W=?} u$$



$$\underbrace{\left(\frac{D_1 D_2 \mp N_1 N_2}{1 \mp d_1 d_2} \right)}_{D=?} y = \underbrace{\frac{N_1 D_2}{1 \mp d_1 d_2}}_{W=?} u$$

Si, se N_1 e D_2 sono coprimi, altrimenti

$$N_1 = (p-d) \tilde{N}_1, \quad D_2 = (p-d) \tilde{D}_2$$

moltiplico per \tilde{D}_2 invece che per D_2 , ottenendo

$$D_1 \tilde{D}_2 y = \tilde{N}_1 \underbrace{(p-d) \tilde{D}_2}_{D_2} (u \pm y_2) = \tilde{N}_1 \tilde{D}_2 (p-d) u \pm \tilde{N}_1 N_2 y$$

$$\underbrace{\left(\frac{D_1 \tilde{D}_2 \mp \tilde{N}_1 N_2}{1 \mp d_1 d_2} \right)}_D y = \underbrace{\frac{\tilde{N}_1 \tilde{D}_2 (p-d) u}{1 \mp d_1 d_2}}_N$$

Conclusione: le radici in comune tra N_1 e D_2 NON vanno messe nell'ARMA

RETROAZIONE – Modello esterno

$$\underbrace{(D_1 \tilde{D}_2 \mp \tilde{N}_1 \tilde{N}_2)}_D y = \underbrace{\tilde{N}_1 \tilde{D}_2 (p-1)}_N u$$

Ci possono essere radici in comune tra N e D ?

(oltre a quelle eventualmente presenti nei singoli sotto-sistemi)

Le radici in comune tra \tilde{N}_1 e D ... sono necessariamente in comune tra \tilde{N}_1 e D_1

Le radici in comune tra \tilde{D}_2 e D ... sono necessariamente in comune tra \tilde{N}_2 e \tilde{D}_2

L'unica possibilità per avere nuove radici in comune tra N e D è che 1 , oltre ad essere in comune tra \tilde{N}_1 e \tilde{D}_2 , sia anche radice di D (fatto molto particolare).

RIEPILOGO – Cancellazioni "critiche"

I) da X a ARMA (generazione di parti non oss)

Serie : D_1 e N_2

Parallelo : D_1 e D_2

Retroaz : N_1 e D_2

II) da ARMA alla F.d.t. (generazione parti oss, ma non raff)

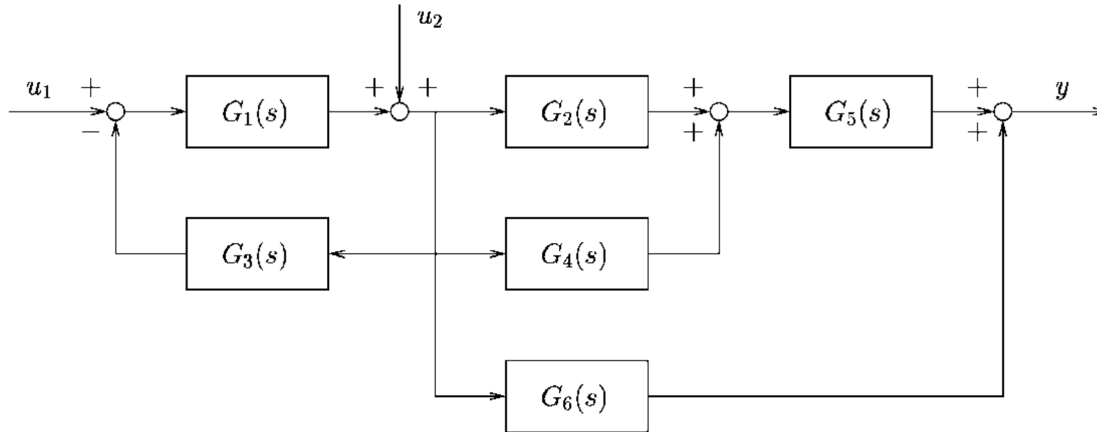
Serie : N_1 e D_2

Parallelo: $N = N_1 \tilde{D}_2 \pm \tilde{D}_1 N_2$ e $(p-d)$ con d comune a D_1 e D_2

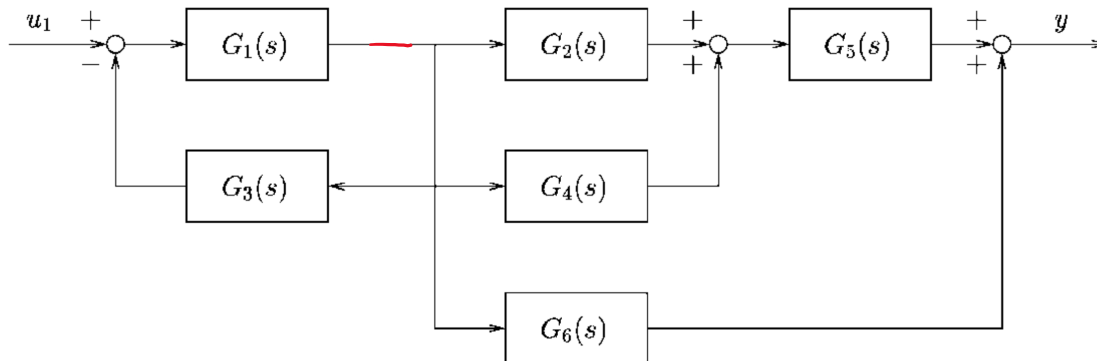
Retroazione: $D = D_1 \tilde{D}_2 \mp \tilde{N}_1 N_2$ e $(p-d)$ con d comune a N_1 e D_2

ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: spesso la F.d.T. dell'aggregato si riesce ad ottenere identificando sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione (senza quindi risolvere il sistema nelle incognite y_i).

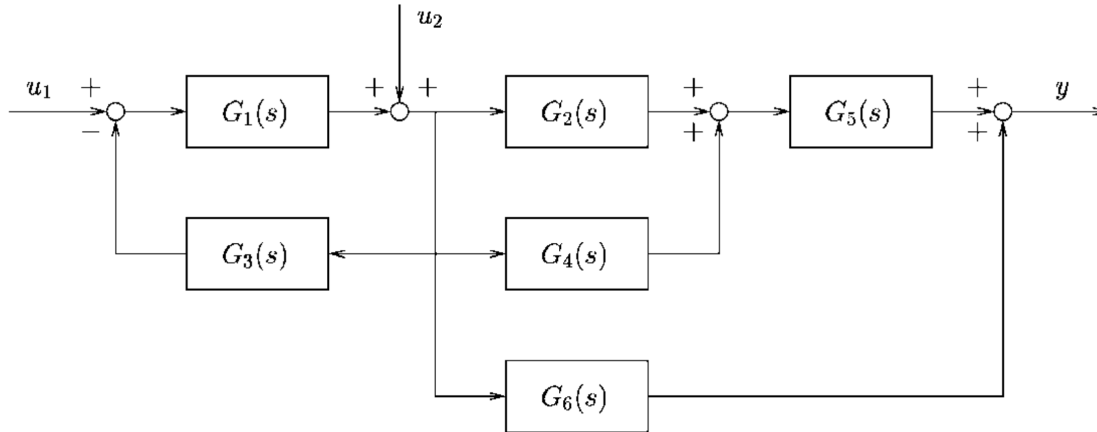


Calcoliamo $G_{u_1 y}$ (quindi poniamo $u_2 = 0$)

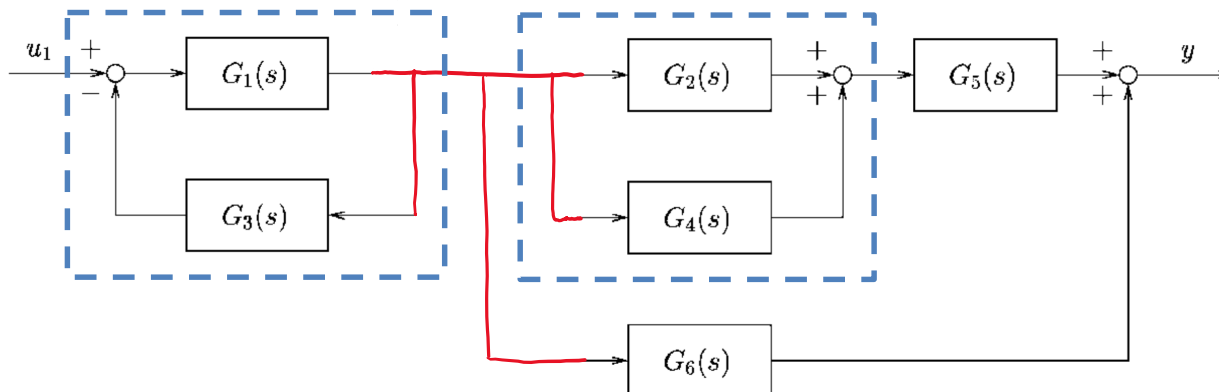


ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: spesso la F.d.T. dell'aggregato si riesce ad ottenere identificando sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione (senza quindi risolvere il sistema nelle incognite y_i).

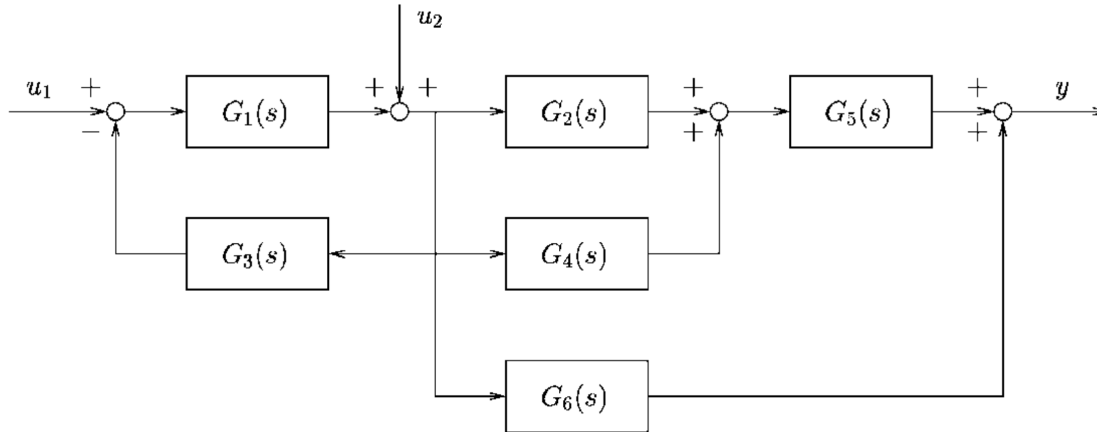


Calcoliamo $G_{u_1 y}$ (quindi poniamo $u_2 = 0$)

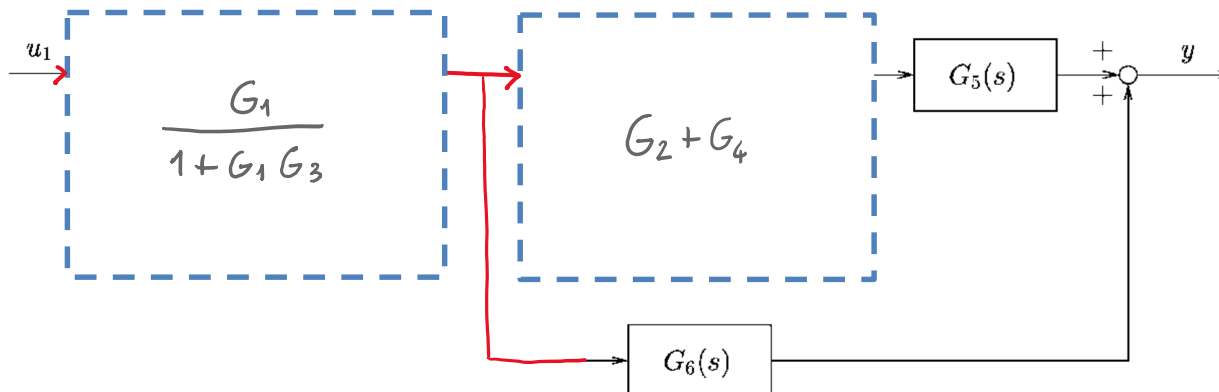


ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: spesso la F.d.T. dell'aggregato si riesce ad ottenere identificando sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione (senza quindi risolvere il sistema nelle incognite y_i).

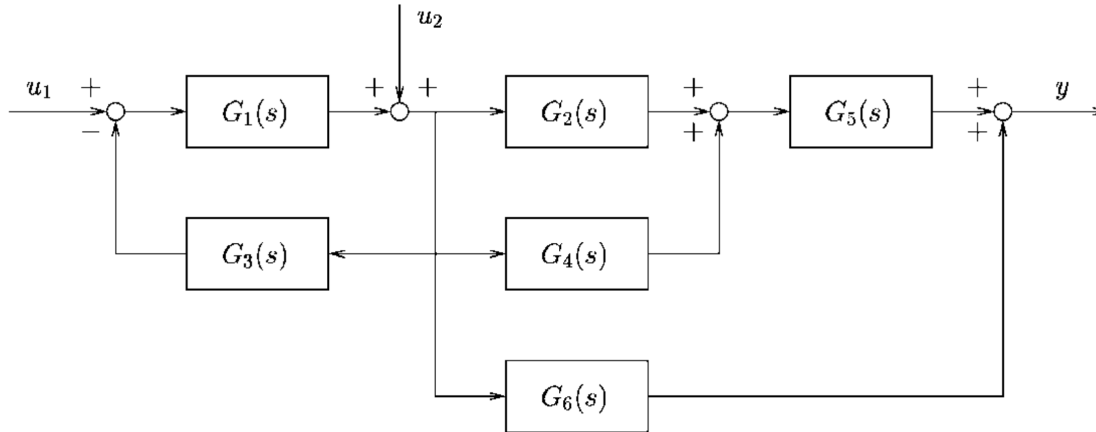


Calcoliamo $G_{u_1 y}$ (quindi poniamo $u_2 = 0$)

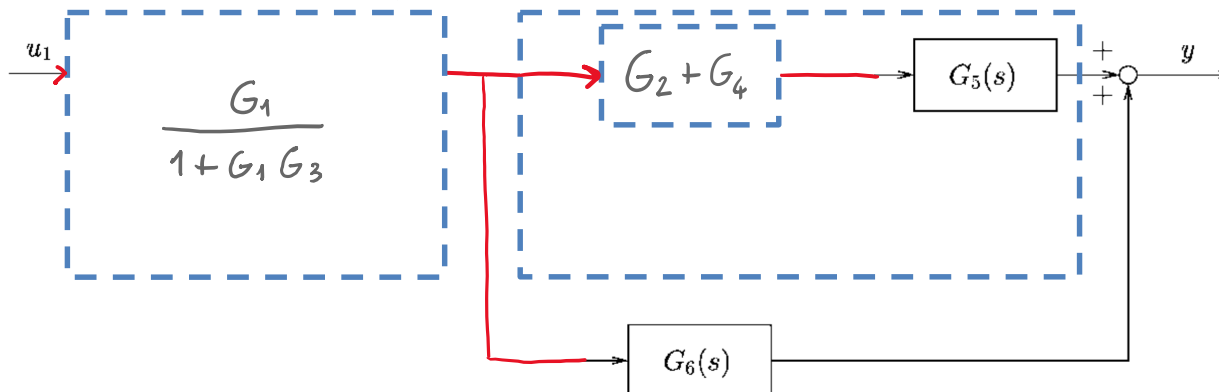


ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: spesso la F.d.T. dell'aggregato si riesce ad ottenere identificando sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione (senza quindi risolvere il sistema nelle incognite y_i).

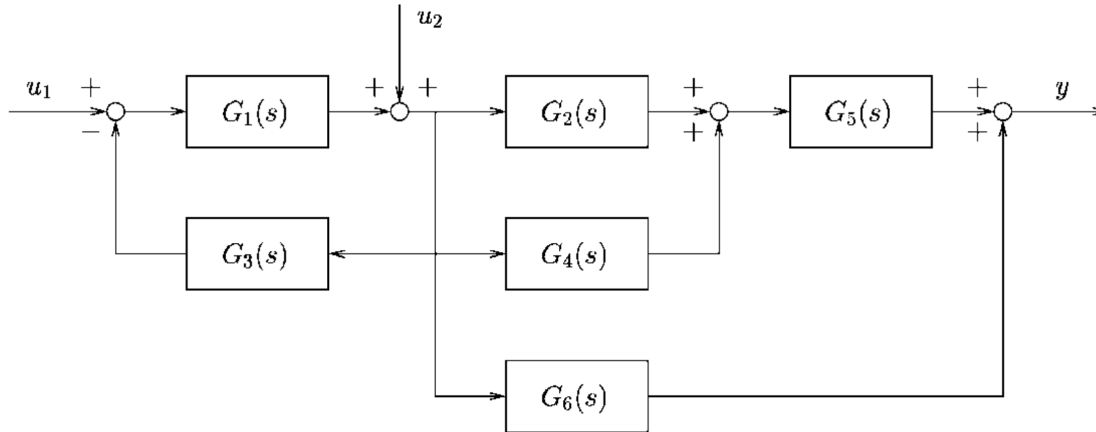


Calcoliamo $G_{u_1 y}$ (quindi poniamo $u_2 = 0$)

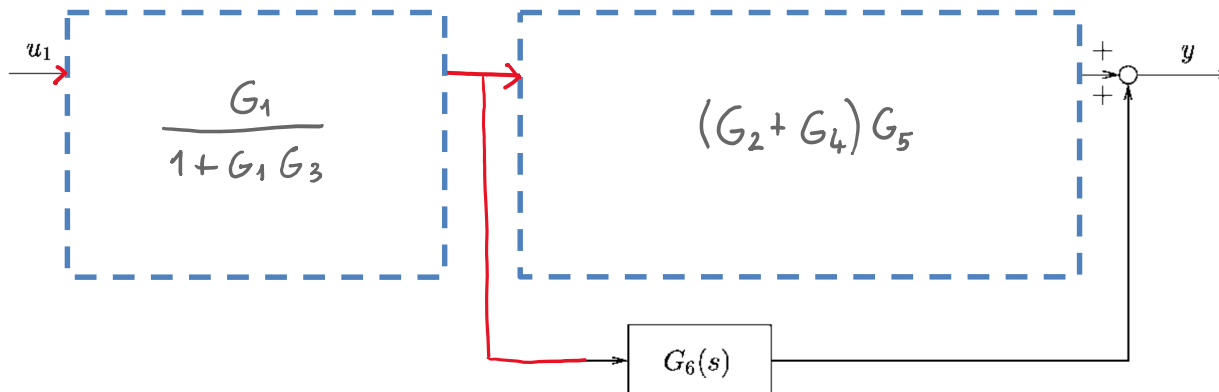


ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: spesso la F.d.T. dell'aggregato si riesce ad ottenere identificando sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione (senza quindi risolvere il sistema nelle incognite y_i).

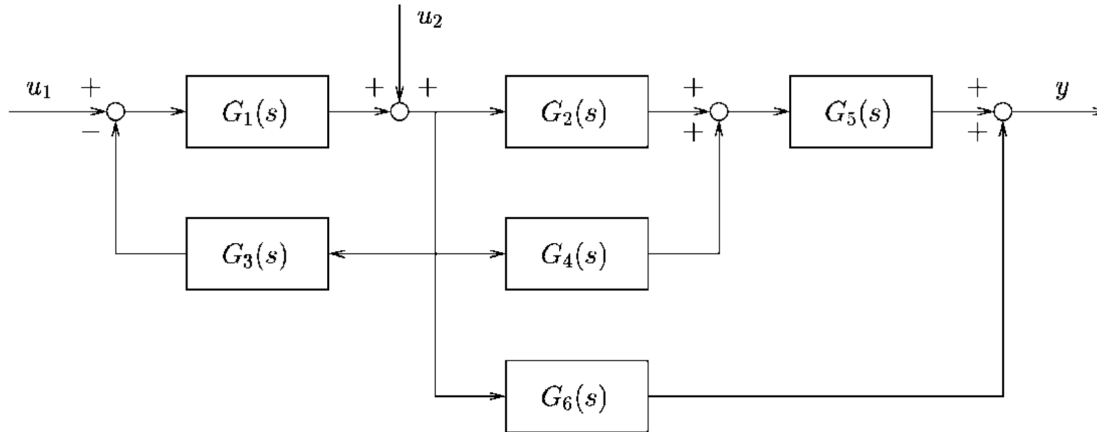


Calcoliamo $G_{u_1 y}$ (quindi poniamo $u_2 = 0$)

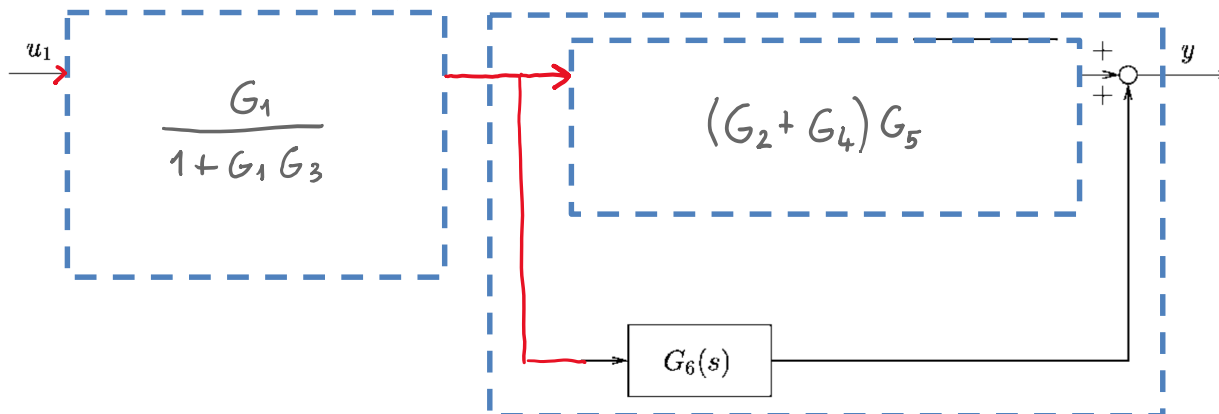


ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: spesso la F.d.T. dell'aggregato si riesce ad ottenere identificando sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione (senza quindi risolvere il sistema nelle incognite y_i).

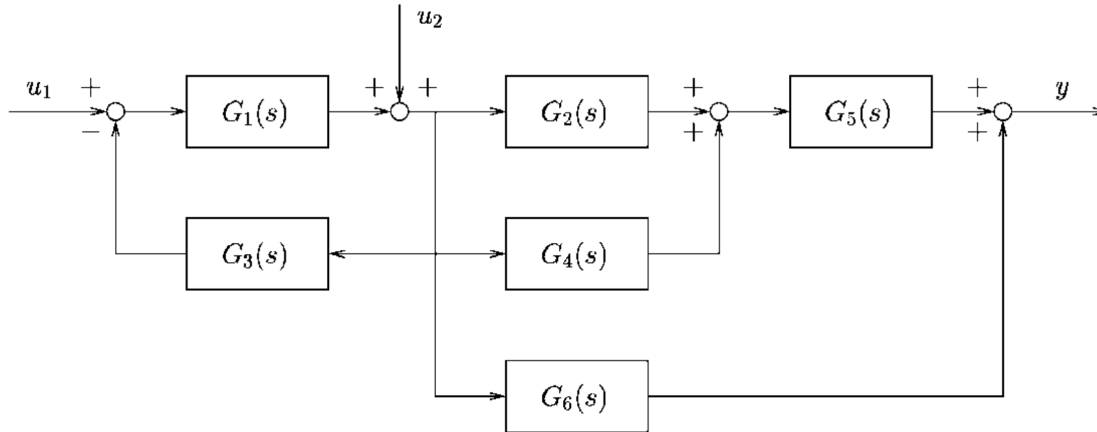


Calcoliamo $G_{u_1 y}$ (quindi poniamo $u_2 = 0$)

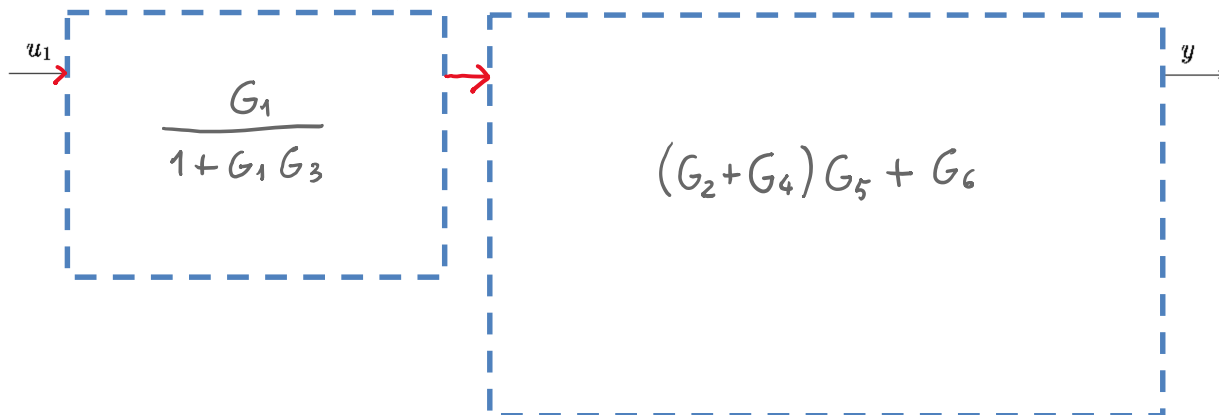


ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: spesso la F.d.T. dell'aggregato si riesce ad ottenere identificando sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione (senza quindi risolvere il sistema nelle incognite y_i).

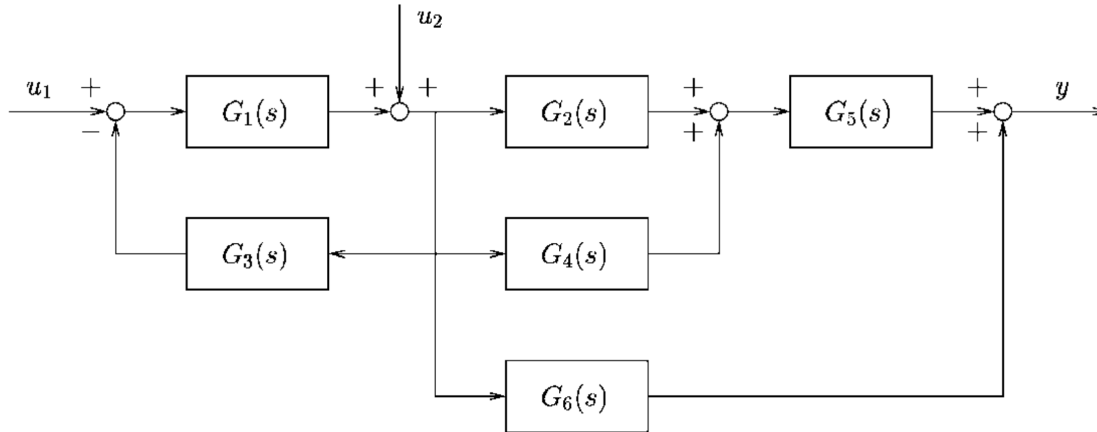


Calcoliamo $G_{u_1 y}$ (quindi poniamo $u_2 = 0$)

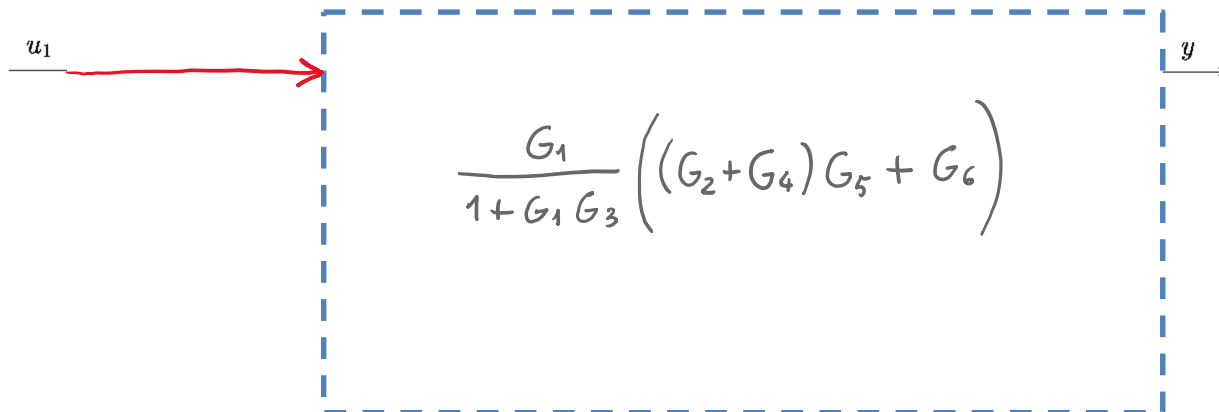


ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: spesso la F.d.T. dell'aggregato si riesce ad ottenere identificando sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione (senza quindi risolvere il sistema nelle incognite y_i).

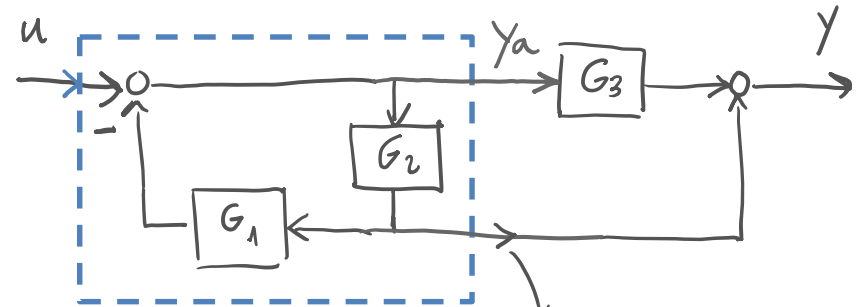
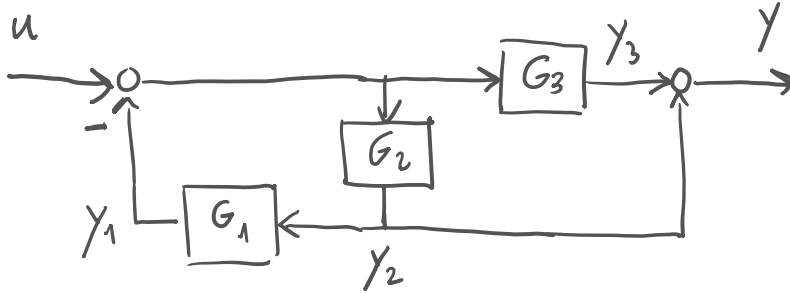


Calcoliamo $G_{u_1 y}$ (quindi poniamo $u_2 = 0$)



ESEMPI: calcolo della F.d.T. dell'aggregato.

NOTA: a volte non si riesce a identificare sotto-sistemi in serie, parallelo, retroazione!

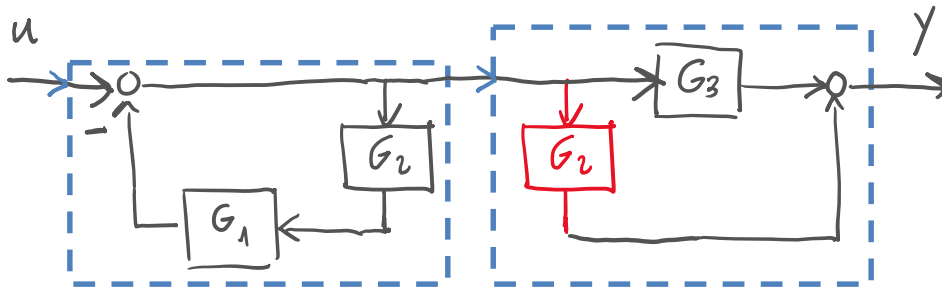


c'è una seconda uscita dall'aggregato.

Non posso sostituire la scatola con

$$G_{uy_a} = \frac{1}{1 + G_1 G_2}$$

NOTA: per farlo si deve modificare lo schema a blocchi in modo che il legame tra u e y resti equivalente (sconsigliato! E' meno "rischioso" impostare le equazioni nelle incognite y_i). Per esempio:



$$G = \frac{1}{1 + G_1 G_2} (G_2 + G_3)$$