POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Corso di laurea in Ingegneria Fisica – Prof. F. Dercole
Appello del 26/6/2018

COGNOME:______________________ NOME: ______________________

MATRICOLA o CODICE PERSONA: ________________________

FIRMA: ____________________________________ Visto del docente:_____

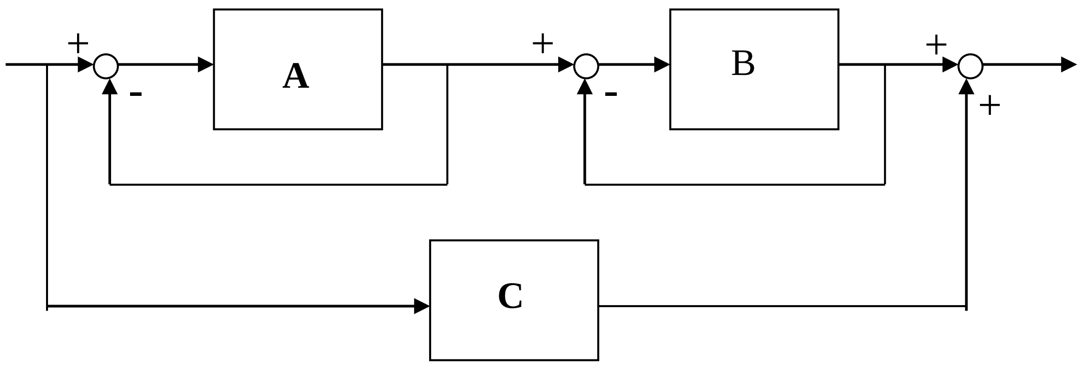
10	10	10	2

Voto totale
32

ATTENZIONE !
- Non è consentito consultare libri, appunti, ecc.
- Le risposte devono essere giustificate.
- Le soluzioni devono essere riportate solo sui fogli allegati.
- Sono valutati anche l'ordine e la chiarezza espositiva.

1) Si consideri il sistema a tempo continuo rappresentato in figura, in cui il blocco A è un integratore, il blocco B è descritto dal modello ARMA $\ddot{y}_B + 2\dot{y}_B + 11y_B = \dot{u}_B - 5u_B$, ed il blocco C è descritto dalla terna di matrici

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$



a) Discutere la stabilità del sistema, motivando adeguatamente la risposta.
b) Determinare TUTTE le costanti di tempo del sistema.
c) Determinare il tempo di risposta del sistema.

Soluzione:

a) $F(s) = \dfrac{1/s}{1+\frac{1}{s}} = \dfrac{1}{1+s}$ $\quad \sigma_F = \{-1\} \Rightarrow$ F asintoticamente stabile

Blocco B : $(s^2+2s+11)y_B = (s-5)u_B \quad G_B(s) = \dfrac{s-5}{s^2+2s+11}$

$H(s) = \dfrac{\frac{s-5}{s^2+2s+11}}{1+\frac{s-5}{s^2+2s+11}} = \dfrac{s-5}{s^2+3s+6} \quad s = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9-24}}{2} = \begin{cases} -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{15}}{2} \\ -\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{15}}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow$ H asintoticamente stabile

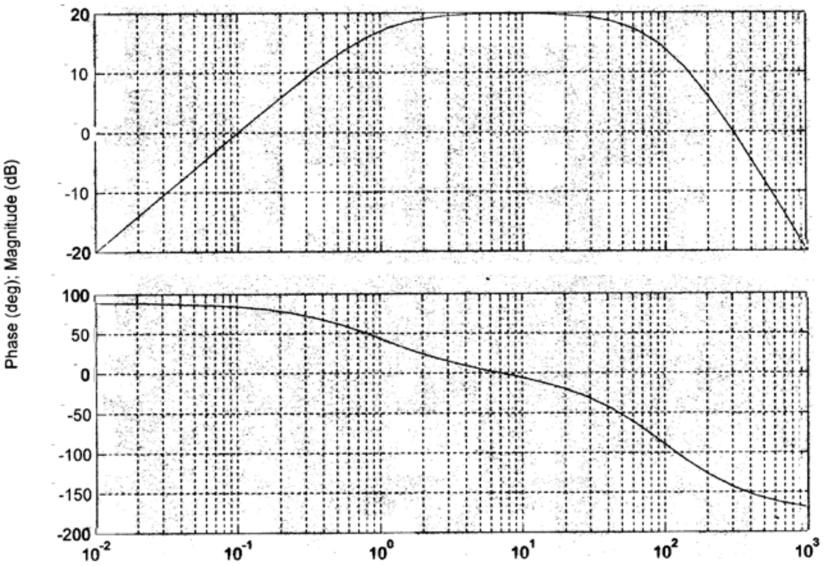
Blocco C : la matrice A è triangolare a blocchi (vedi sopra)
$\sigma(A) = \{-2, -4, -1, -2\} \Rightarrow$ asintoticamente stabile

Quindi: il sistema è l'aggregato CASCATA/PARALLELO di sistemi asintoticamente stabili (F, H, C) $\Rightarrow$ è asintoticamente stabile

b) $F: \{1\} \quad H: \left\{\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right\} \quad C: \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 1, \frac{1}{2}\right\}$

c) $T_R \simeq 5T_D = 5 \cdot \max\{T\} = 5 \cdot 1 = 5$

2) Mediante una serie di esperimenti su un sistema, si sono ricavati i diagrammi di Bode (modulo e fase) riportati in figura.



a) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.
b) Determinare e rappresentare graficamente la risposta allo scalino.
c) Calcolare l'uscita a transitorio esaurito quando

$$u(t) = -5\,\text{sca}(t) + 10\sin(10t)$$

Soluzione:

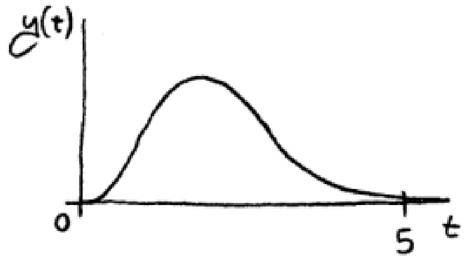
a) $G(s) = 10s\,\dfrac{1}{(1+s)(1+0.01s)^2}$, sistema ESTERNAMENTE STABILE

b) $G(0) = 0 \Rightarrow y(t) \to 0$ per $t \to \infty$

grado relativo $r = 2 \Rightarrow y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 0,\ \ddot{y}(0) = \dfrac{10}{10^{-4}} > 0$

Non vi sono oscillazioni.

$T_d = 1 \Rightarrow T_R \simeq 5$



c) $u_1(t) = -5\,\text{sca}(t)$

$u_2(t) = 10\sin(10t)$

A transitorio esaurito:

dai diagr. di Bode

$y_1(t) = G(0)\cdot(-5) = 0$

$y_2(t) = |G(i10)|\,10\sin(10t + \measuredangle G(i10)) \simeq 10\cdot 10\sin(10t + 0)$

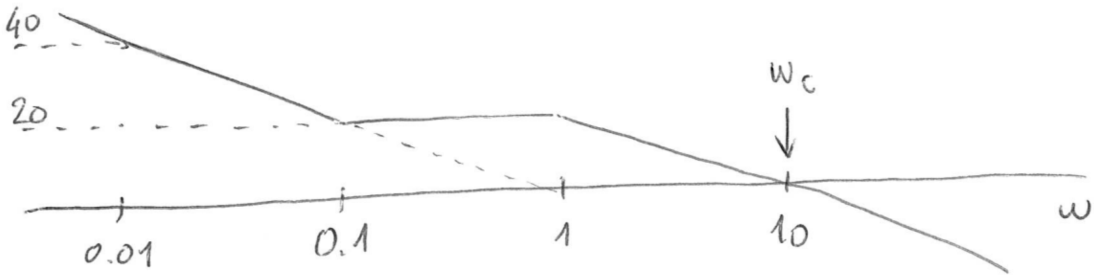
$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$

3) Enunciare il criterio di Bode per la stabilità di un sistema retroazionato a tempo continuo e applicarlo alla funzione d'anello

$$L(s) = \frac{1 - 10s}{s(1 + s)}$$

Soluzione:

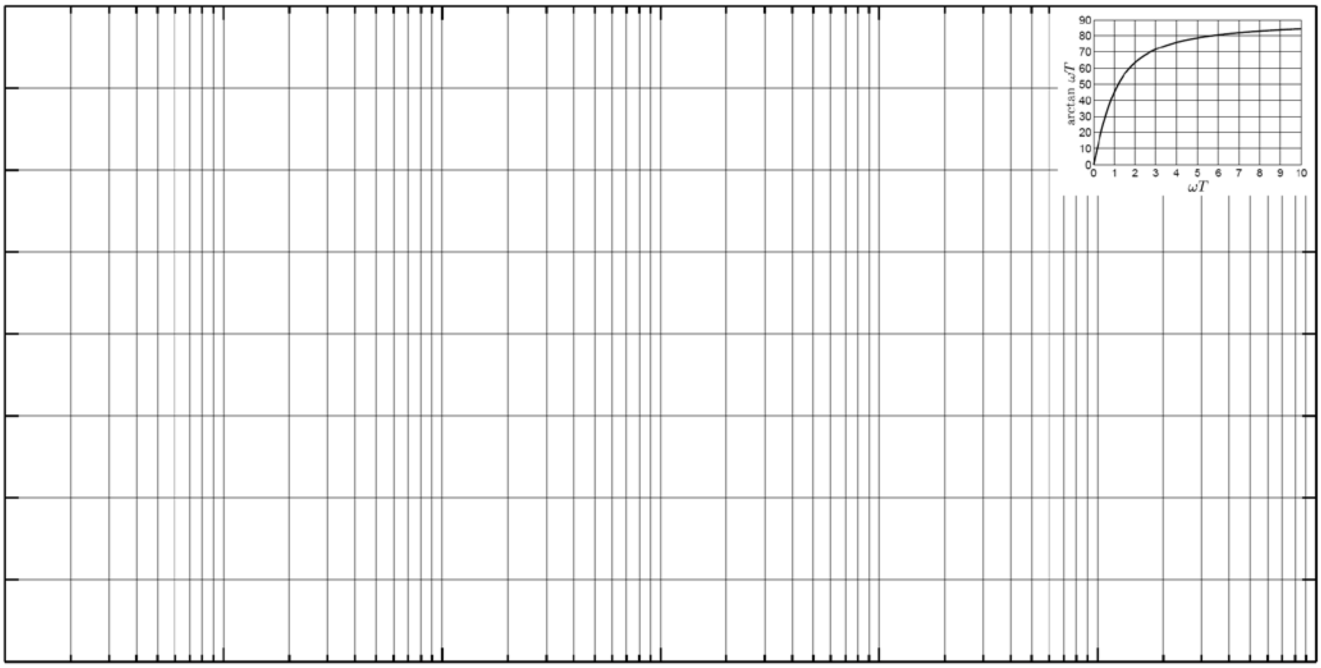
Criterio di Bode: vedi note del corso

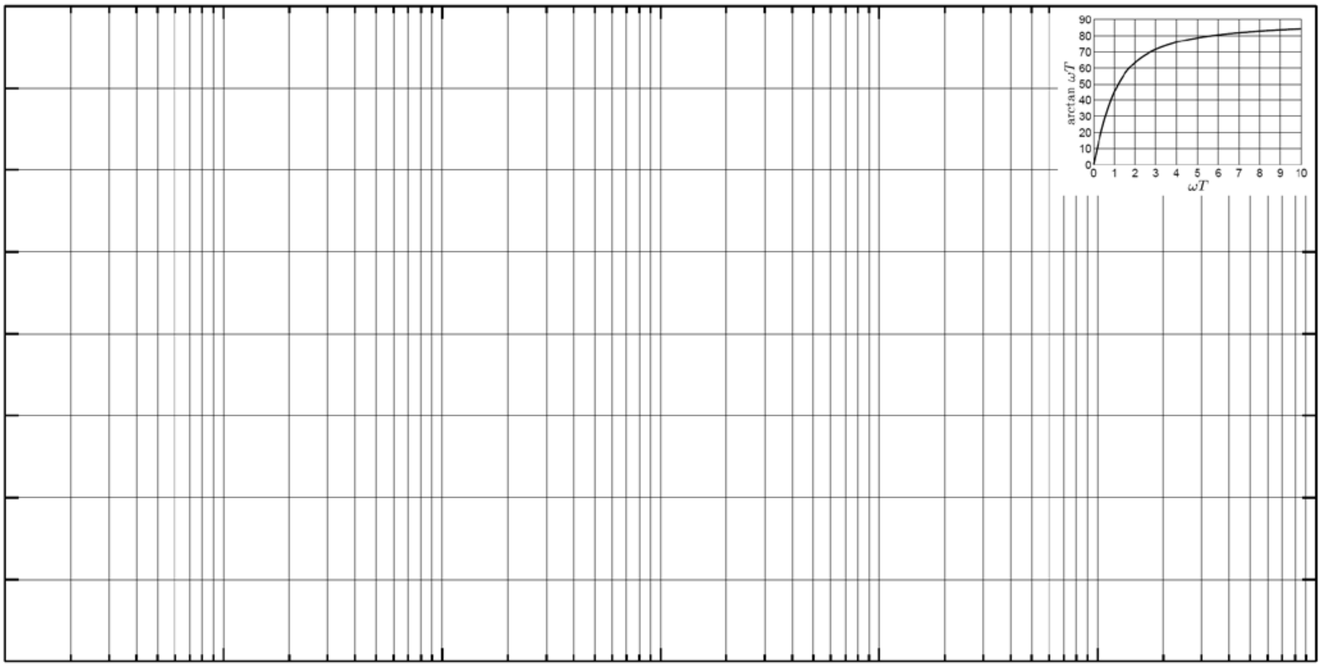


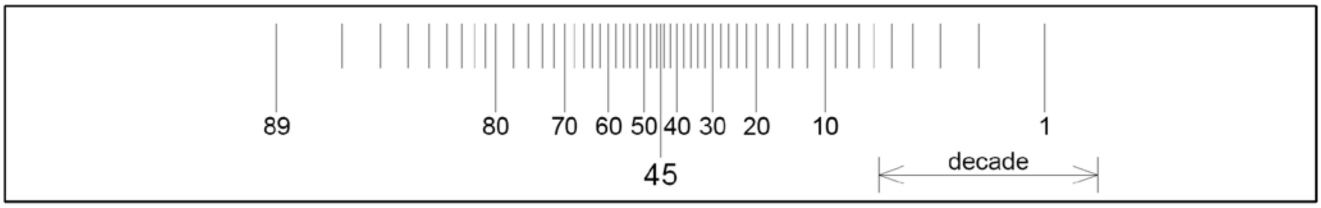
$\omega_c = 10$

$\arg L(i10) = -90° - \operatorname{atan}(10 \cdot 10) - \operatorname{atan}(10 \cdot 1) < -180$

↳ sistema di controllo instabile


arctan ωT
ωT
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10


arctan ωT
ωT
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10


89
80
70
60
50
40
30
20
10
1
45
decade

7) Illustrare la sequenza di comandi da digitare, una volta avviato Matlab, per visualizzare la risposta allo scalino del sistema

$$G(s) = \frac{10(1+10s)}{(1+s)(1+2s)^2}$$

Soluzione: