



Politecnico di Milano
Facoltà di Ingegneria

SOLUZIONE

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Prof. F. Dercole

Prova del 28/06/2017

COGNOME: _____ NOME: _____

MATRICOLA/CODICE PERSONA: _____

AVVERTENZA

I candidati potranno **prendere visione del compito corretto** e discutere dell'esito complessivo dell'esame:

Giovedì 13/7 ore 17.00 nell'ufficio del docente (DEIB, ed. 20, secondo piano, tel. 3484)

In base alla normativa in vigore, in assenza di rinuncia esplicita, **una votazione positiva sarà registrata d'ufficio senza la firma dello studente** e non sarà più modificabile dal docente.

FIRMA: _____ Visto del docente: _____

8	8	8	6	2
---	---	---	---	---

Voto totale:

32

ATTENZIONE !

- Non è consentito consultare libri, appunti, ecc.
- Le risposte devono essere giustificate.
- Le soluzioni devono essere riportate solo sui fogli allegati.
- Sono valutati anche l'ordine e la chiarezza dell'esposizione.

1) Si consideri il sistema lineare a tempo discreto descritto da

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0.5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, c^T = [0 \quad 1]$$

a) Studiarne la stabilità, la raggiungibilità e l'osservabilità.

b) Verificare se è possibile stabilizzarlo mediante una retroazione dinamica dell'uscita (regolatore = ricostruttore + legge di controllo).

c) In caso affermativo, determinare un regolatore che porti il sistema regolato all'equilibrio in tempo finito.

a1) Stabilità

$$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 0.5, |\lambda_1| > 1 \Rightarrow \text{instab.}$$

a2) Raggiungibilità

$$R = [b \quad Ab] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \det R = -1 \neq 0 \Rightarrow \text{c.r.}$$

a3) Osservabilità

$$O = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0.5 \end{bmatrix} \det O = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{c.o.}$$

b) Sì perché c.r. + c.o.

c) Impongo che gli autov. di $A_K = A + bK^T$ e $A_L = A + lc^T$ siano tutti nulli

$$A_K = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [k_1 \quad k_2] = \begin{bmatrix} k_1+2 & k_2 \\ -1 & 0.5 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} k_1+2.5=0 \Rightarrow k_1=-2.5 \\ 0.5(-0.5)+k_2=0 \\ \Rightarrow k_2=0.25 \end{array} \right.$$
$$\Delta_{A_K}(\lambda) = \lambda^2 - (k_1+2.5)\lambda + 0.5(k_1+2)+k_2 = \lambda^2$$

$$A_L = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} [0 \quad 1] = \begin{bmatrix} 2 & l_1 \\ -1 & l_2+0.5 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} l_2+2.5=0 \Rightarrow l_2=-2.5 \\ 2(-2)+l_1=0 \\ \Rightarrow l_1=4 \end{array} \right.$$
$$\Delta_{A_L}(\lambda) = \lambda^2 + (l_2+2.5)\lambda + 2(l_2+0.5)+l_1 = \lambda^2$$

2) Un apparato di estrusione (Fig. 1) produce tubi in PVC a sezione quadrata.



Fig. 1

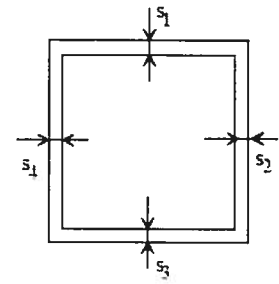


Fig. 2

Il tubo è prodotto in continuo per fusione a partire da materia prima in forma granulare. In uscita dalla testa di estrusione, il tubo, ancora in stato semiplastico, attraversa una camera di calibrazione nella quale diventa definitivamente solido. A valle della calibrazione è posto un sistema di traino (a velocità costante, per agevolare lo scorrimento del tubo), lungo il quale dei sensori a infrarosso misurano le caratteristiche geometriche della sezione del tubo (Fig. 2).

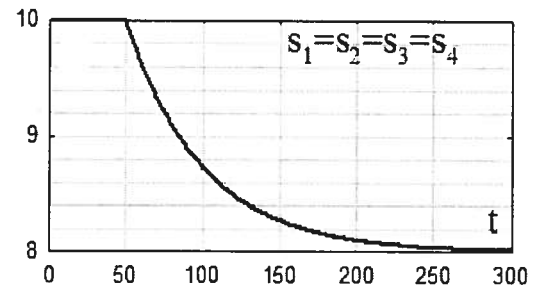
Mentre il perimetro esterno della sezione è determinato meccanicamente dalla camera di calibrazione, il perimetro interno è funzione della potenza elettrica P dissipata dalle resistenze della testa di estrusione e della temperatura ambiente T .

Sull'apparato sono state effettuate alcune prove a partire dalla situazione di regime nominale:

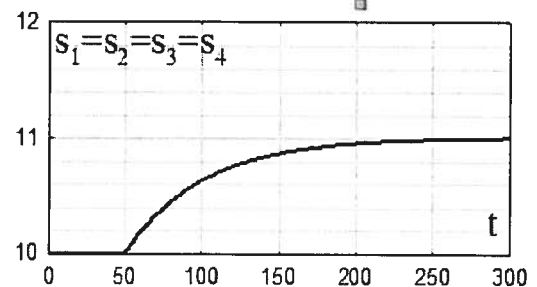
$$\bar{P} = 1000 \text{ [w]}, \quad \bar{T} = 20 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad \bar{s}_1 = \bar{s}_2 = \bar{s}_3 = \bar{s}_4 = 10 \text{ [mm]}$$

Le prove effettuate e i risultati ottenuti (andamento nel tempo degli spessori misurati) sono i seguenti (spessori in [mm], tempo in [s]):

1) Variazione a scalino di P da 1000 [w] a 1100 [w] all'istante $t = 0$:



2) Variazione a scalino di T da 20 [°C] a 15 [°C] all'istante $t = 0$:



Formulare un modello matematico dell'apparato nel dominio delle frequenze. Specificatamente:

- 1) Individuare con chiarezza, tra quelle citate, le variabili di controllo, i disturbi, le variabili controllate.
- 2) Definire opportune variabili di scostamento dai valori nominali sopra riportati.
- 3) Identificare due funzioni di trasferimento, entrambe facenti riferimento all'uscita $s = s_1 = s_2 = s_3 = s_4$, la prima con ingresso P , la seconda con ingresso T .
- 4) Si disegni lo schema a blocchi di un sistema di controllo in anello chiuso per il processo identificato (lasciando non specificata la funzione di trasferimento del regolatore).

1) variabile di controllo : P [W]

disturbo: T [$^{\circ}\text{C}$]

variabile controllate : s_1, s_2, s_3, s_4 supposte, per
semplicità tutte uguali a s [mm]

2) variabili di scostamento dal regime nominale

variabile di controllo $u = P - \bar{P}$ [W]

disturbo $d = T - \bar{T}$ [$^{\circ}\text{C}$]

variabile controllata $y = s - \bar{s}$ [mm]

3a) $u = 100 \text{ sca}(t)$

$$M_{uy} = -2 \text{ mm} / 100 \text{ W} = -0,02$$

ritardo $\tau = 50 \text{ s}$

$T_{risposta} \cong 250 \text{ s}$ (non incluso il ritardo)

$$T_d = T_{risposta} / 5 \cong 50 \text{ s}$$

risposta esponenziale con $\dot{y}(0) > 0$ quindi basta 1 polo

$$G_{uy}(s) = - \frac{0,02}{1 + 50s} e^{-50s}$$

3b) $d = -5 \text{ sca}(t)$

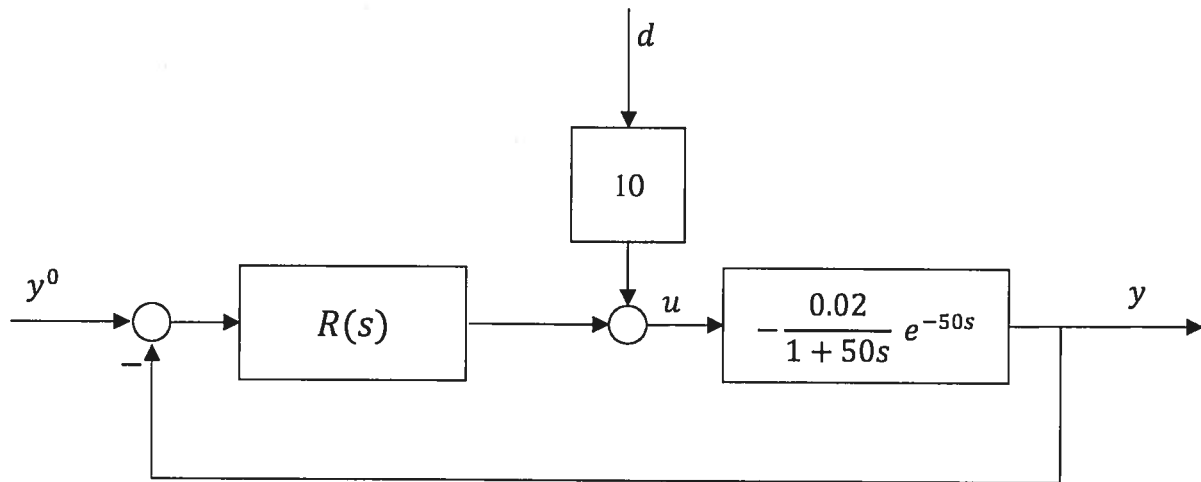
$$M_{dy} = 1 \text{ mm} / -5^{\circ}\text{C} = -0,2$$

commenti analoghi a G_{uy}

$$G_{dy}(s) = - \frac{0,2}{1 + 50s} e^{-50s} = 10 G_{uy}$$

4) vedi figura nel testo es. 3.

3) Con riferimento al sistema di controllo in figura



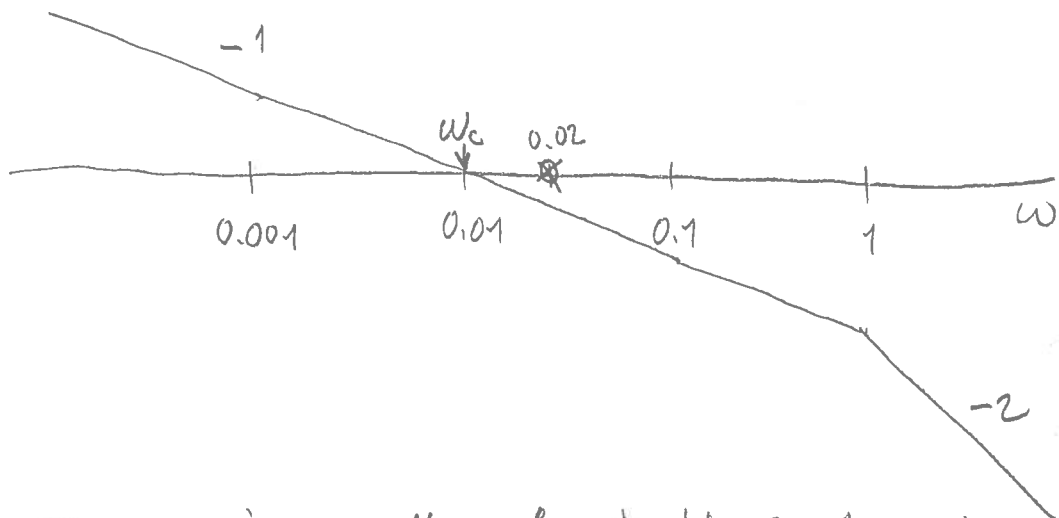
1) Si progetti il regolatore $R(s)$ in modo da ottenere errore di controllo $|y^0 - y|$ a regime inferiore a 0.02 a fronte di riferimento costante $y^0 = 1$ e disturbo costante $d = -5$.

2) Si commentino le prestazioni del sistema di controllo ottenuto.

- 1)
- metto un integratore in R per ottenere $|e| = 0$ a regime a fronte di y^0 e d costanti
 - metto uno zero $s = -\frac{1}{50}$ in R per cancellare il polo del processo in modo da poter allargare la banda fino a 0.02 rad/s senza degradare troppo φ_m
 - il ritardo $T = 50s$ impone un limite superiore alla banda a $\omega = \frac{1}{T} = 0.02$ rad/s. Con l'integratore ottengo $\varphi(0.02) = -90^\circ - 60^\circ$ (dovuti al ritardo) $= -150^\circ \rightarrow \varphi_m = 30^\circ$
 - per dimezzare l'effetto del ritardo su φ_m , dimezzo la banda imponendo $\omega_c = 0.01$ rad/s (ovvero $\mu = -\frac{1}{2}$), ottenendo quindi $\varphi(0.01) = -90^\circ - 30^\circ = -120^\circ \rightarrow \varphi_m = 60^\circ$
- si noti che $\mu < 0$ per ottenere $\mu_L = \mu \cdot (-9.02) = +0.01 > 0$ condizione necessaria per la stabilità ad anello chiuso

- per rendere $R(s)$ proprio senza ridurre significativamente φ_m , introduco un polo 2 decadi dopo ω_c

$$\Rightarrow R(s) = \frac{-1/2}{s} \frac{1+50s}{1+s}$$



2) • errore a regime nullo a fronte di y^o e di costanti

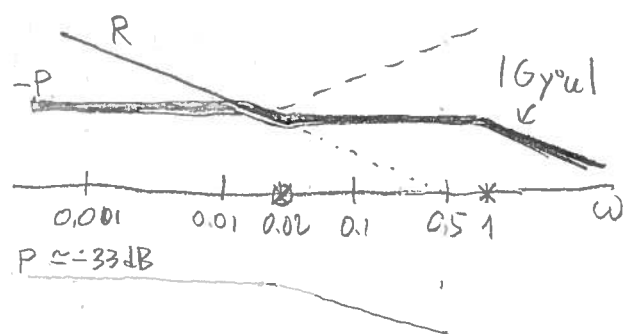
- $\varphi_m \cong 60^\circ \Rightarrow$ banda passante poco inferiore a $[0, \omega_c]$
 \Rightarrow trascurabile risonanza ad anello chiuso

$$\Rightarrow T_d \cong 100s$$

\Rightarrow trascurabile presenza di (lente) oscillazioni

- a causa del ritardo non e' stato possibile ottenere una T_d inferiore a quella naturale del processo (di 50s).

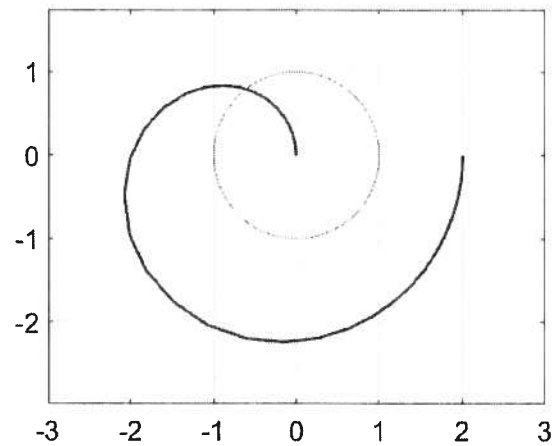
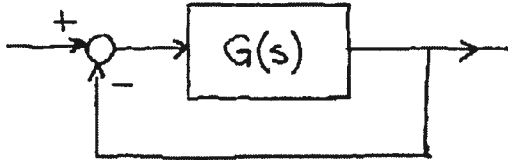
- il polo in alta freq ($\omega=1$ rad/s) potrebbe generare componenti in alta freq della variabile di controllo



4) Data la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = -20 \frac{200s - 1}{(10 - s)(1 + 100s)^2}$$

il cui diagramma polare della risposta in frequenza è rappresentato in figura, si consideri il seguente sistema retroazionato



Per ciascuna delle seguenti affermazioni, si dica se sono vere o false (scrivendo V o F nell'apposita casella) senza dare alcuna spiegazione.

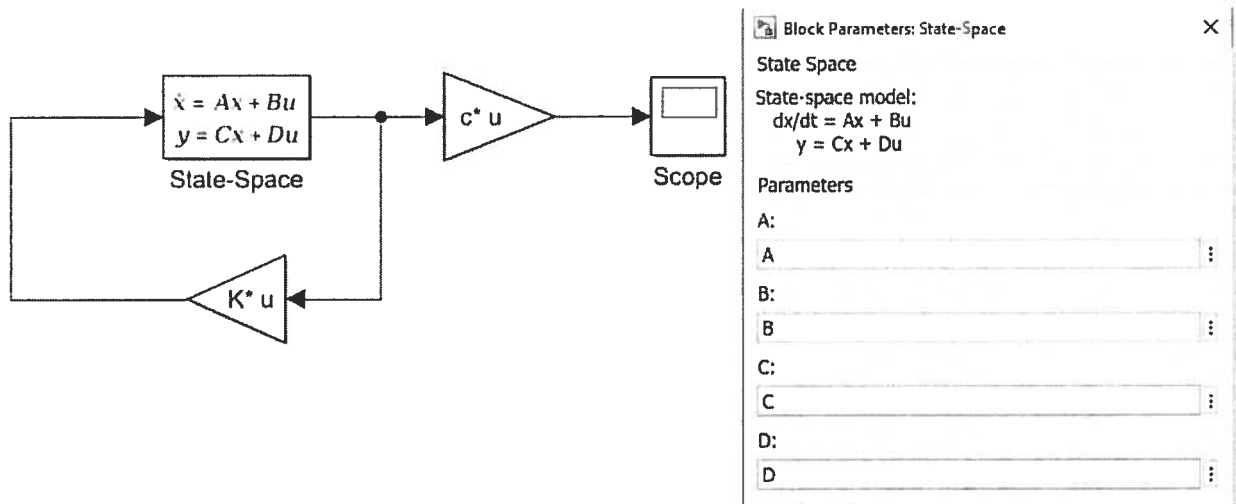
Attenzione: Risposta corretta: 1 punto; risposta non data: 0 punti; risposta errata: -0.5 punti.

- | | |
|---|--|
| V | La risposta allo scalino del sistema in anello aperto diverge. |
| V | La risposta allo scalino del sistema in anello chiuso diverge. |
| F | Il margine di fase è positivo. |
| F | Il margine di guadagno (espresso in dB) è positivo. |
| F | Le ipotesi del criterio di Bode sono soddisfatte. |
| F | Il sistema retroazionato è a sfasamento minimo. |

5) Si vuole progettare con Simulink una retroazione algebrica dello stato del sistema

$$\dot{x} = 3x + 4u$$
$$y = -x$$

in modo che l'uscita converga a 0 a partire da qualunque condizione iniziale in al più 10 secondi.
Dato il seguente schema Simulink, con il blocco State-Space definito come in figura,



si definiscano nel workspace di Matlab le variabili necessarie per il funzionamento del modello.
