

SOLUZIONI



Politecnico di Milano
Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Prof. F. Dercole
Appello del 17/07/2013

COGNOME: _____ NOME: _____

MATRICOLA: _____

AVVERTENZA

I candidati potranno prendere visione del compito corretto e discutere dell'esito complessivo dell'esame:

..... ore ufficio del docente (DEIB, ed. 20, secondo piano)

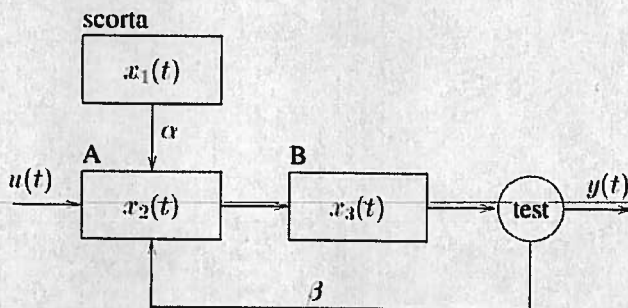
In base alla normativa in vigore, in assenza di rinuncia esplicita, una votazione positiva sarà registrata d'ufficio senza la firma dello studente e non sarà più modificabile dal docente.

FIRMA: _____ Visto del docente: _____

12	12	6	1	1			Voto totale: 32

- ATTENZIONE !**
- Non è consentito consultare libri, appunti, ecc.
 - Le risposte devono essere giustificate.
 - Le soluzioni devono essere riportate solo sui fogli allegati.
 - Sono valutati anche l'ordine e la chiarezza dell'esposizione.

1) Un processo di produzione si articola in due fasi, A e B, come schematizzato in figura.



La lavorazione avviene per periodi di durata costante la cui successione è indicata con la variabile $t = 0, 1, 2, \dots$. Alla fine di ogni periodo di lavorazione (per es. il t -esimo), $u(t)$ unità di materiale da lavorare vengono poste in fase A, mentre il materiale lavorato in fase A durante il periodo viene passato in fase B. Viene inoltre introdotta in fase A una frazione α del materiale di scorta accumulato in passato e non più rinnovato. Il materiale lavorato in uscita dalla fase B viene sottoposto a un test di qualità che mediamente ne scarta una frazione β e riporta il materiale di scarto in fase A per il periodo di lavorazione successivo. Indicando con $x_1(t)$, $x_2(t)$ e $x_3(t)$ rispettivamente le unità di materiale in scorta e presenti nelle fasi A e B durante il periodo di lavorazione t -esimo e con $y(t)$ le unità di materiale finito prodotte alla fine dello stesso periodo,

a) si descriva il processo produttivo mediante un sistema dinamico lineare a tempo discreto;

b) si discuta la stabilità del sistema;

c) si calcoli la funzione di trasferimento;

d) si determini la produzione a regime a fronte di un ingresso di materia prima costante pari a 100 unità per periodo;

e) si dica infine, giustificando la risposta, se la f.d.t. descrivere tutte le coppie ingresso uscita misurabili sul sistema.

$$\begin{aligned}
 a) \quad & x_1(t+1) = (1-\alpha) x_1(t) \\
 & x_2(t+1) = \alpha x_1(t) + \beta x_3(t) + u(t) \\
 & x_3(t+1) = x_2(t) \\
 & y(t) = (1-\beta) x_3(t)
 \end{aligned}
 \left| \begin{array}{l}
 A = \begin{bmatrix} 1-\alpha & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & \beta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 c^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1-\beta \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}
 \end{array} \right.$$

b) A è triangolare a blocchi

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_1 &= 1-\alpha, \quad |\lambda_1| < 1 \\
 \lambda_{2,3} &= \pm\sqrt{\beta}, \quad |\lambda_{2,3}| < 1
 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{sist. as. stab.}$$

$$c) \quad z x_1 = (1-\alpha) x_1 \rightarrow (z-1+\alpha) x_1 = 0$$

$$z x_2 = \alpha x_1 + \beta x_3 + u$$

$$z x_3 = x_2$$

$$y = (1-\beta) x_3$$

$$z^2 x_3 = z x_2 = \alpha x_1 + \beta x_3 + u \rightarrow (z^2 - \beta) x_3 = \alpha x_1 + u$$

$$(z-1+\alpha)(z^2-\beta) x_3 = \alpha \cancel{(z-1+\alpha)} x_1 + (z-1+\alpha) u$$

$$(z-1+\alpha)(z^2-\beta) y = (1-\beta)(z-1+\alpha) u \quad (\text{ARMA})$$

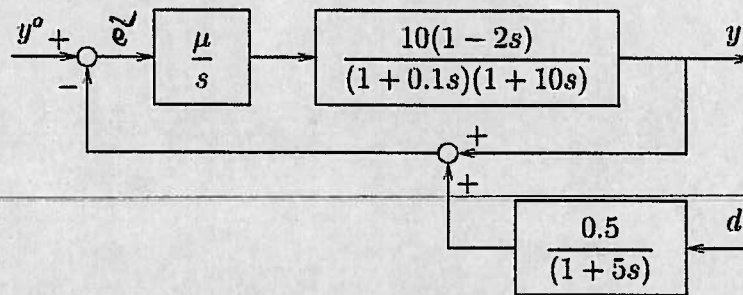
$$G(z) = \frac{1-\beta}{z^2-\beta}$$

$$d) \quad \mu = G(1) = 1$$

produzione a regime $\bar{y} = 100\mu = 100$ unità per periodo

e) NO, perché la scorta è una parte non raff. ma ess. del sistema

2) Dato il sistema di controllo illustrato in figura

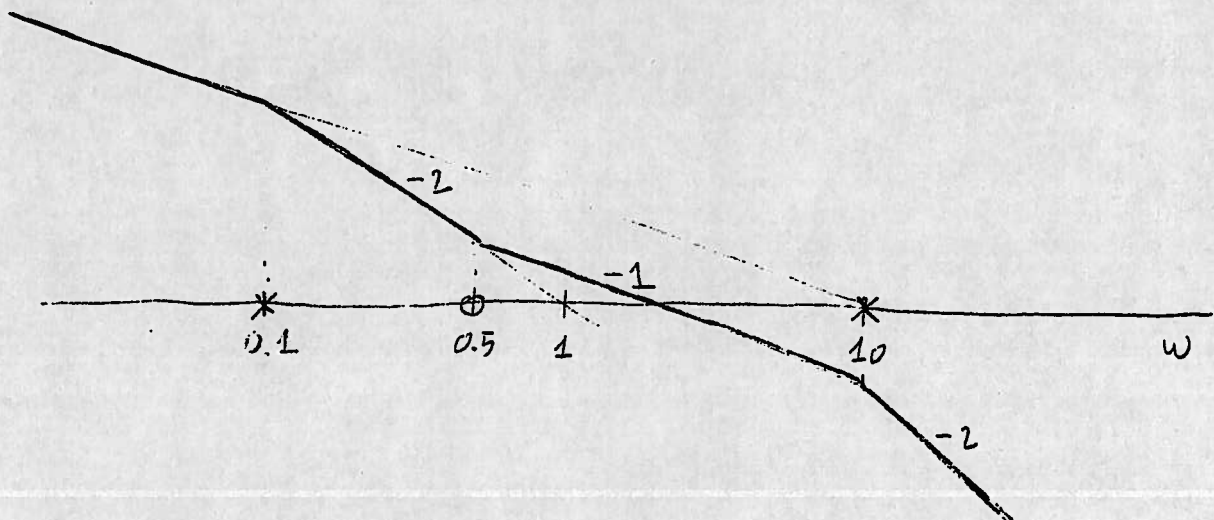


a) si determini il guadagno μ del controllore in modo tale che il sistema di controllo risulti esternamente stabile con un margine di fase di almeno 30 gradi (è possibile far uso della carta logaritmica allegata);

b) si calcoli l'errore a transitorio esaurito a fronte di ingressi costanti, indicati rispettivamente con y^o e d .

a)

$$\mu = 1$$



$$\mu|_{dB} = -40 \text{ dB} \rightarrow \omega_c = 0.1$$

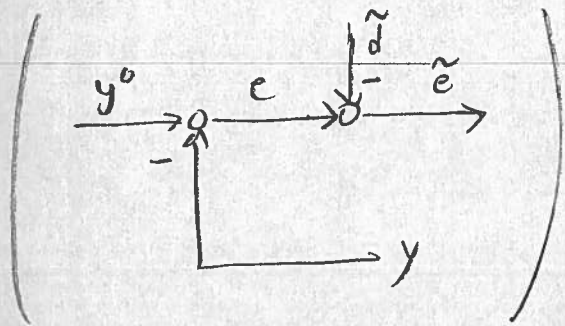
$$(\mu = 0.01)$$

$$\arg(L(10.1)) = -90^\circ - \arctan(1) - \arctan(0.2) - \arctan(0.01) \cong -146.9^\circ$$

$$\varphi_m = 180^\circ - 146.9^\circ = 33.1^\circ$$

$$G_{y^0e}(s) = \frac{1}{1+L(s)} \rightarrow M_{y^0e} = 0$$

$$G_{de}(s) = -\frac{L(s)}{1+L(s)} \rightarrow M_{de}^{\sim} = -1 \rightarrow M_{de} = -0,5$$



$$\rightarrow e(t) \rightarrow M_{y^0e} y^0 + M_{de} d = -0,5 d$$

3) Le affermazioni sotto riportate riguardano sistemi dinamici lineari.

a) Si sottolinei l'unica affermazione vera.

- I sistemi a tempo discreto sono irreversibili.
- I sistemi a tempo discreto sono a memoria finita.
- In casi molto particolari la matrice A di un sistema lineare è rettangolare.
- Raddoppiando lo stato iniziale in un sistema autonomo raddoppia l'uscita.

b) Si sottolinei l'unica affermazione vera. Se l'ordine della matrice A di un sistema è maggiore dell'ordine del corrispondente modello ARMA, allora:

- il sistema non è reversibile;
 - il sistema contiene un sotto-sistema che non ha influenza sull'uscita;
 - il sistema contiene un sotto-sistema che non è influenzato dall'ingresso;
 - il sistema contiene un sotto-sistema che non è influenzato dall'ingresso ma che ha influenza sull'uscita.
-

4) Si descriva cosa producono i comandi Matlab

`impzle(S)`

`step(S)`

dove S è una variabile che contiene un oggetto sistema dinamico a tempo continuo precedentemente definito.

fa rapporto all'impulso e allo scolinio del sistema S.

5) Si dica se nel videogioco GIOCOLIERE, le aste rotanti sono disposte verso il basso o verso l'alto rispetto al carrello.

verso l'alto