

SOLUZIONI



Politecnico di Milano
Facoltà di Ingegneria

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Prof. F. Dercole
Appello del 16/07/2012

COGNOME: _____ NOME: _____

MATRICOLA: _____

AVVERTENZA

I candidati potranno prendere visione del compito corretto e discutere dell'esito complessivo dell'esame:

Martedì 24/7 ore 15.00 nell'ufficio del docente (DEI, ed. 20, secondo piano, tel. 3484)

In base alla normativa in vigore, in assenza di rinuncia esplicita, una votazione positiva sarà registrata d'ufficio senza la firma dello studente e non sarà più modificabile dal docente.

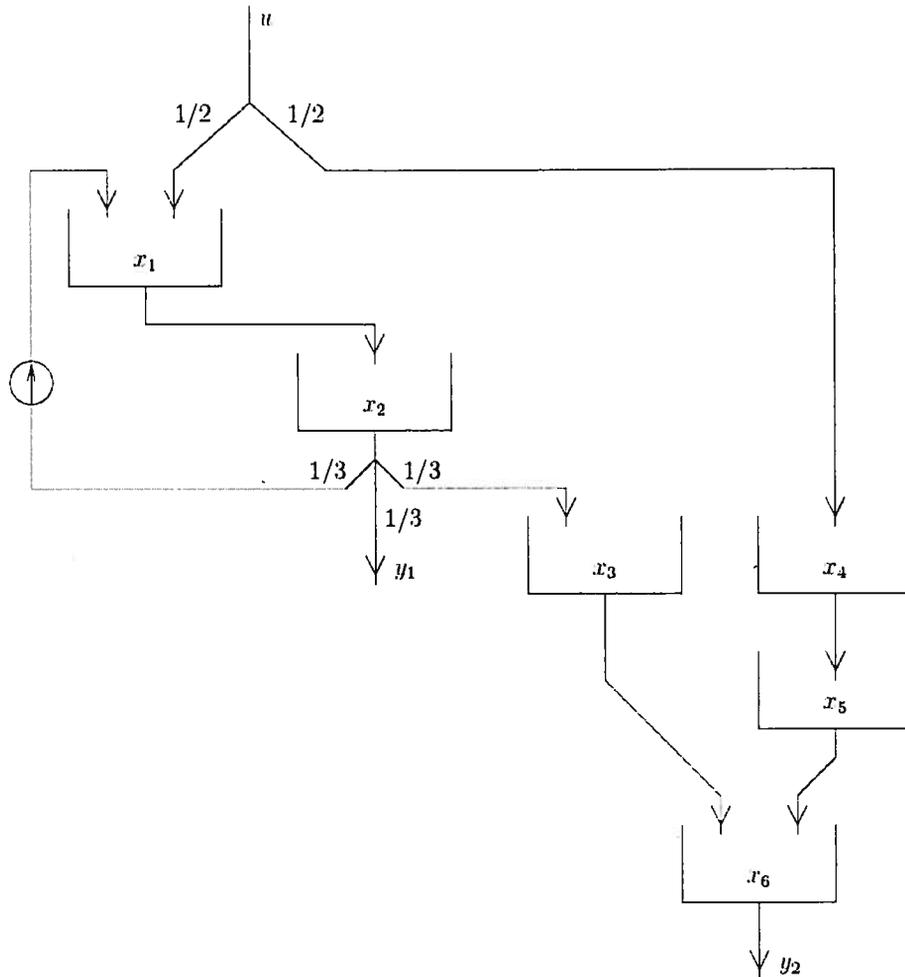
FIRMA: _____ Visto del docente: _____

Voto totale:

12	12	6	1	1			32
----	----	---	---	---	--	--	----

- ATTENZIONE !**
- Non è consentito consultare libri, appunti, ecc.
 - Le risposte devono essere giustificate.
 - Le soluzioni devono essere riportate solo sui fogli allegati.
 - Sono valutati anche l'ordine e la chiarezza dell'esposizione.

1) In figura è rappresentato lo schema di una rete idrica, dove u è la portata (in massa) in ingresso, y_1 e y_2 sono le portate (in massa) misurate in uscita e tutti i serbatoi sono caratterizzati dallo stesso coefficiente di deflusso k (kx_i , $i = 1, \dots, 6$ è la portata in uscita dal serbatoio i).



- Si descriva la rete idrica mediante un sistema dinamico lineare a tempo continuo, utilizzando come variabili di stato le masse d'acqua x_1, \dots, x_6 contenute nei serbatoi.
 - Si ricavano le matrici (A, b, C, D) che definiscono il sistema.
 - Si discuta la stabilità del sistema.
 - Si calcolino i guadagni tra l'ingresso u e le uscite y_1 e y_2 .
-

$$\dot{x}_1 = \frac{u}{2} + \frac{1}{3} k x_2 - k x_1$$

$$y_1 = \frac{1}{3} k x_2$$

$$\dot{x}_2 = k x_1 - k x_2$$

$$y_2 = k x_6$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{3} k x_2 - k x_3$$

$$\dot{x}_4 = \frac{u}{2} - k x_4$$

$$\dot{x}_5 = k x_4 - k x_5$$

$$\dot{x}_6 = k x_3 + k x_5 - k x_6$$

$$A = \begin{bmatrix} -k & \frac{1}{3}k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}k & -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k & -k & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 & k & -k \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3}k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

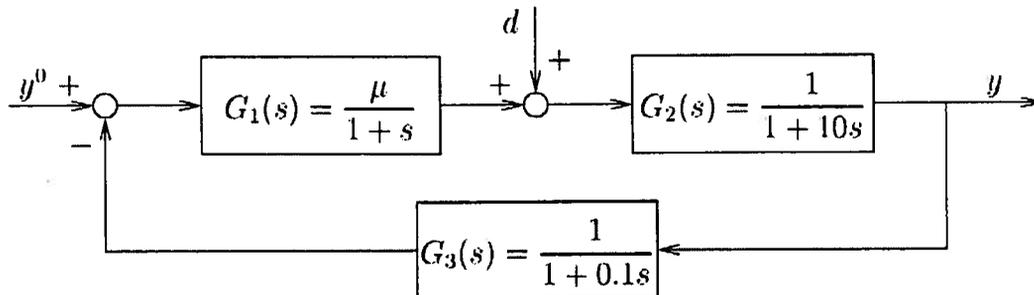
A_1 : $\text{tr}(A_1) = -2k < 0$, $\det(A_1) = k^2 - \frac{1}{3}k^2 > 0 \Rightarrow$ as. stab

A_2 : 4 autovalori coincidenti in $-k < 0 \Rightarrow$ as. stab

\Rightarrow sistema as. stab

guadagni: $\bar{y}_1 = \mu_1 \bar{u} = \frac{1}{4} \bar{u}$, $\bar{y}_2 = \mu_2 \bar{u} = \frac{3}{4} \bar{u}$

2) Il sistema di controllo della velocità di rotazione y di un disco magnetico è rappresentato dallo schema a blocchi in figura, dove y^0 è la velocità (costante) di riferimento, d è un disturbo (costante) che descrive l'incertezza sul momento d'inerzia del disco, e dove controllore, disco e sensore di velocità sono descritti da sistemi lineari a tempo continuo del primo ordine con funzione di trasferimento $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$, rispettivamente.



Determinare:

- per quali valori di μ (positivo) il sistema di controllo porta il disco a ruotare a velocità costante a partire da qualsiasi velocità iniziale;
- la velocità di rotazione raggiunta a regime in assenza di disturbo;
- l'effetto del disturbo d sulla velocità di regime e il suo minimo valore ottenibile.

$$\mu < (1 + 10 + 0.1) (1 + 0.1 + 10) - 1 = (11.1)^2 - 1 = \mu_{\text{critico}}$$

(regola delle 3 c.d.f.)

Il guadagno tra y^0 e y è $\mu_0 = \frac{\mu}{1 + \mu}$

quindi, quando $q = 0$, la velocità di regime è $\bar{y} = \mu_0 y^0$

Il guadagno tra d e y è $\mu_d = \frac{1}{1 + \mu}$

quindi l'effetto su \bar{y} è $\frac{d}{1 + \mu}$

Il minimo ottenibile è pertanto $\frac{d}{1 + \mu_{\text{critico}}}$

3) Per ogni quesito si sottolinei l'unica affermazione vera.

a) Il principio di sovrapposizione, applicato ad un sistema dinamico lineare con un ingresso e una uscita, permette di concludere che

- raddoppiando lo stato iniziale in un sistema autonomo raddoppia l'uscita;
- raddoppiando lo stato iniziale in un sistema con ingresso costante raddoppia l'uscita;
- raddoppiando l'ingresso raddoppia l'uscita;
- raddoppiando il guadagno raddoppia l'uscita.

b) Se un sistema dinamico lineare a tempo discreto del secondo ordine ha due autovalori complessi coniugati di modulo unitario, allora

- il sistema è stabile;
- il sistema è debolmente instabile;
- il sistema è debolmente instabile se e solo se non esistono due autovettori linearmente indipendenti associati alla coppia di autovalori;
- il sistema è semplicemente stabile.

c) Un sistema proprio con ingresso non nullo può dar luogo a uscita nulla?

- Solo se la f.d.t. ammette zeri.
- Solo se non completamente osservabile.
- Solo se non a sfasamento minimo.
- No.

4) Descrivere in non piu' di 5 righe il codice Matlab seguente.

```
num = 10;  
den = poly([-1 -1 -1]);  
sistema = tf(num,den)  
wmin=0.01; wmax=10;  
bode(sistema, {wmin,wmax})
```

vedi note di laboratorio

5) Si sottolinei, tra quelle qui sotto riportate, la proprietà sfruttata nel videogioco TESORO.

Reversibilità

Stabilità

Instabilità

Raggiungibilità

Osservabilità

Sfasamento minimo

Ricostruibilità degli ingressi

Risonanza

Assenza di zeri
