SOLUZIONI

FONDAMENTI DI AUTOMATICA I

a.a. 2007-2008

COGNOME :

\# matricola :

NOME :

data : 16 - 09 - 08

firma :

5	5	8	5	5	2	TOTALE 30
					videogiochi	

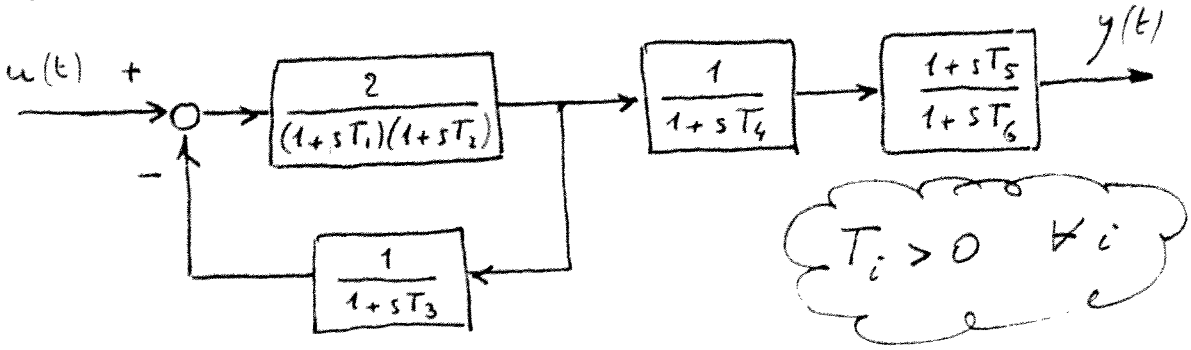
Osservazioni:
- le risposte devono essere giustificate, a meno che sia esplicitamente richiesto di non farlo.
- non è ammesso consultare libri, dispense, appunti,...
- le risposte devono essere riportate sullo stesso foglio su cui è formulata la domanda.

Il voto proposto è la somma del voto TOTALE e dei punti accumulati durante l'anno.

Il voto proposto sarà ricevuto dallo studente per e-mail e potrà essere rifiutato da casa.

Per consultare le prove recarsi venerdì 19 settembre alle ore 12.00 precise nello studio del Prof. DERCOLE ufficio n. 247, II piano DEI, tel. 3484).

1. Si dica se nel sistema rappresentato in figura è possibile ricostruire, almeno asintoticamente, l'ingresso u a partire da una registrazione del segnale di uscita y.

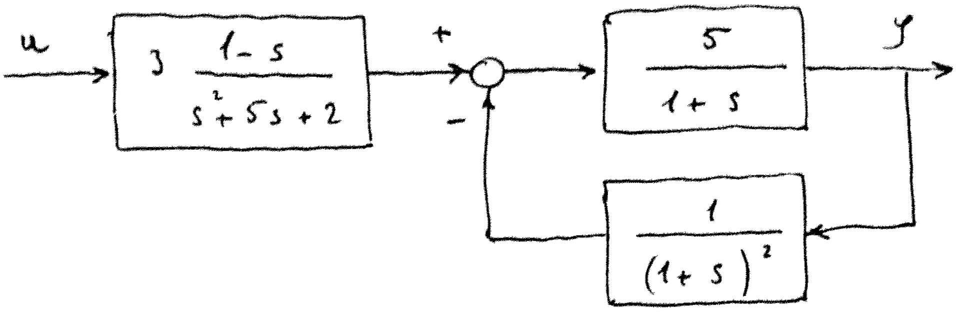


SVOLGIMENTO

$$G(s) = \underbrace{\frac{\frac{2}{(1+sT_1)(1+sT_2)}}{1+\frac{2}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}}}_{\frac{2(1+sT_3)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)+2}} \cdot \frac{1}{1+sT_4} \; \frac{1+sT_5}{1+sT_6}$$

È possibile perché gli zeri del sistema ($s=-\frac{1}{T_3}$ e $s=-\frac{1}{T_5}$) sono tutti a parte reale negativa, quindi gli ingressi nascosti sono evanescenti.

2. Si dica se il sistema rappresentato in figura è esternamente stabile



SVOLGIMENTO

$$G(s) = \frac{3(1-s)}{s^2+5s+2} \cdot \underbrace{\frac{\frac{5}{1+s}}{1+\frac{5}{(1+s)^3}}}_{\frac{(1+s)^2}{s^3+3s^2+3s+6}}$$

Le radici del polinomio s^2+5s+2 hanno parte reale < 0
$(tr = -\alpha_1 = -5 < 0,\ det = \alpha_2 = 2 > 0)$
Quelle del polinomio s^3+3s^2+3s+6 anche, come facilmente verificato dal test di Hurwitz.

$\Rightarrow$ il sistema è quindi est. stabile

3. Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalla terna

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 10 \\ 0 & -10 & -1 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$c^T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

(a) si dica se il sistema è asintoticamente stabile

(b) si dica se il sistema è completamente raggiungibile

(c) si dica se il sistema è completamente osservabile

(d) si dica se il sistema è esternamente stabile

(e) si calcoli la funzione di trasferimento

(f) si dica se il sistema è a sfasamento minimo

(g) si dica se il sistema ha una frequenza di risonanza e in caso affermativo si determini (anche solo approssimativamente) il valore di tale frequenza di risonanza.

SVOLGIMENTO

riportare le risposte nell'ordine (a), (b), ..., (g) sul retro e sul foglio da segue giustificandole.

autovalore $= -1$

(a)
$$\left|\begin{array}{c|cc} -1 & x & x \\ \hline 0 & -1 & 10 \\ 0 & -10 & -1 \end{array}\right|$$
as. stabile: $tr = -2 < 0$, $det = 101 > 0$

quindi i tre autovalori hanno parte reale negativa e, pertanto, il sistema e' as. stabile

---

(b)

$$R = |b \;\; Ab \;\; A^2b| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \\ 1 & -1 & -99 \end{vmatrix}$$
$\leftarrow$ 3 colonne linearmente indipendenti

$\Downarrow$

completa raggiungibilità

(c)

$$O = \begin{vmatrix} c^T \\ c^T A \\ c^T A^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 10 \end{vmatrix}$$
$\leftarrow$ 3 colonne linearmente indipendenti

$\Downarrow$

completa osservabilità

(d) si, visto che e' as. stab (punto (a))

(e) scriviamo il modello in termini operatoriali ($s = d/dt$)

$$s x_1 = -x_1 + x_2 \longrightarrow (s+1) x_1 = x_2$$

$$\left.\begin{aligned} s x_2 &= -x_2 + 10 x_3 \\ s x_3 &= -10 x_2 - x_3 + u \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &(s+1) x_2 = 10 x_3 \\ &s(s+1) x_2 = -100 x_2 - (s+1) x_2 + 10u \end{aligned}$$

$$y = x_1 \qquad (s^2 + 2s + 101) x_2 = 10u$$

$\downarrow$

$$(s+1) y = (s+1) x_1 = x_2$$

$$(s+1)(s^2+2s+101) y = (s^2+2s+101) x_2 = 10u$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{10}{(s+1)(s^2+2s+101)}$$

(f) il sistema è a sfasamento minimo perchè non ha zeri

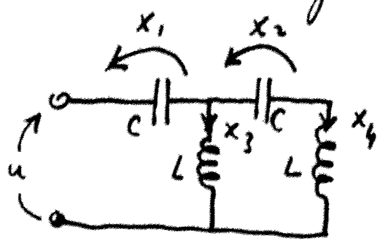
(g) il sistema ha 2 poli complessi coniugati a basso smorzamento ξ:

$$s^2 + 2s + 101 = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$$

con $\omega_n \simeq 10$ e $\xi \simeq \frac{1}{10}$.

È pertanto presente un picco di risonanza attorno alla pulsazione $\omega = 10$.

4. Si consideri la rete elettrica di figura, costituita da due condensatori uguali e da due induttori uguali.

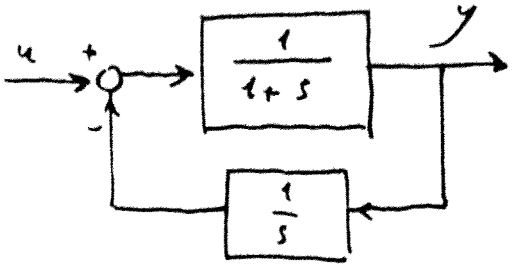


Si dica se è possibile applicare alla rete una tensione $u(t)$ opportunamente variante nel tempo in modo da ottenere in tempo finito una qualsiasi distribuzione di cariche nei condensatori e induttori, partendo con rete inizialmente scarica.

SVOLGIMENTO

si veda la prova del 13/2/2008

5. Si determini l'andamento qualitativo della risposta allo scalino del sistema riportato in figura

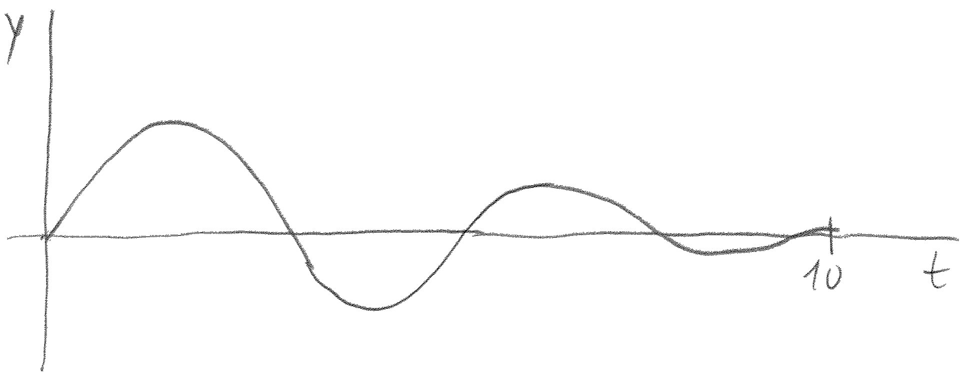


SVOLGIMENTO

$$G(s) = \frac{\frac{1}{1+s}}{1+\frac{1}{s(1+s)}} = \frac{s}{s^2+s+1}$$

poli: $s_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$

- sist. G est. stab (poli con $Re<0$) $\rightarrow$ y tende a $G(0)=0$
- $T_d = -1/Re(s_{1,2}) = 2 \rightarrow$ il transitorio si esaurisce in circa $5\,T_d = 10$ u.d.t.
- poli complessi coniugati con $\omega_n = 1$ (quindi $T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi$) e $2\xi\omega_n = 1 \rightarrow \xi = 1/2 \rightarrow$ oscillazioni smorzate
- grado rel $r=1 \rightarrow \dot{y}(0) = \beta_1 = 1 > 0$



6. Si sottolinei, tra quelle qui sotto indicate, la proprietà che viene sfruttata per risolvere il videogioco TESORO.

stabilità	sfasamento minimo	raggiungibilità
osservabilità	risonanza	reversibilità
ricostruibilità degli ingressi	instabilità	assenza di zeri