SOLUZIONI

FONDAMENTI DI AUTOMATICA I

a.a. 2007-2008

COGNOME :

\# matricola :

NOME :

data : 02-09-08

firma :

					videogiochi	TOTALE
5	6	5	6	6	2	30

Osservazioni

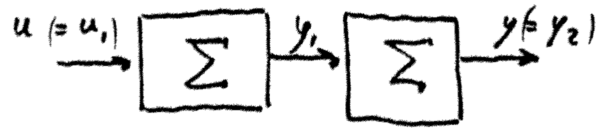
- le risposte devono essere giustificate, a meno che sia esplicitamente richiesto di non farlo.
- non è ammesso consultare libri, dispense, appunti, ...
- le risposte devono essere riportate sullo stesso foglio su cui è formulata la domanda.

Il voto proposto è la somma del voto TOTALE e dei punti accumulati durante l'anno.

Il voto proposto sarà ricevuto dallo studente per e-mail e potrà essere rifiutato da casa.

Per consultare le prove recarsi venerdì 5 settembre 2008 alle ore 12.00 precise nello studio del docente (ufficio n. 212, II piano DEI, tel. 3563).

1. E' assegnato un sistema lineare Σ. Si sa che il sistema è completamente raggiungibile e osservabile e che è possibile ricostruire asintoticamente l'ingresso dall'uscita. Si dica, giustificando la risposta, se la ricostruzione dell'ingresso dall'uscita è possibile anche nel seguente sistema



SVOLGIMENTO

La risposta è SI (scrivere si o no)

Giustificazione

La ricostruzione asintotica dell'ingresso (dall'uscita) è possibile, per sistemi c.r. e c.o., se, e solo se, gli zeri del sistema hanno parte reale < 0 (ingressi nascosti evanescenti). Nel caso in figura non possono esserci cancellazioni zero/polo, quindi il sist. è c.r. e c.o. ed ha per zeri quelli del sist. Σ (presi ciascuno due volte) che hanno $Re < 0$ per ipotesi.

2. Si consideri il sistema a tempo continuo descritto da

$$A = \left[\begin{array}{c|cc} -1 & 2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -2 \end{array}\right] \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Studiare la stabilità del sistema, determinandone inoltre le costanti di tempo.
b) Ricavare la funzione di trasferimento e il modello ARMA.

SVOLGIMENTO

a) A è triangolare a blocchi, con blocchi diagonali

$A_1 = -1$ e $A_2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{vmatrix}$ as. stab. ($\mathrm{tr}\,A_2 < 0$, $\det A_2 > 0$)

quindi il sistema è as. stab

Gli autovalori sono

$\lambda_1 = -1$, $\lambda_{2,3}$ radici complesse di $\lambda^2 + 2\lambda + 5$

Le cost. di tempo sono

$$T_1 = -\frac{1}{\lambda_1} = 1, \quad T_{23} = -\frac{1}{Re(\lambda_{23})} = 1$$

b)

$$s x_1 = -x_1 + 2x_2$$

$$\left.\begin{aligned} s x_2 &= x_3 \\ s x_3 &= -5x_2 - 2x_3 + u \end{aligned}\right\} \begin{aligned} s^2 x_2 &= -5x_2 - 2s x_2 + u \\ (s^2 + 2s + 5)x_2 &= u \end{aligned}$$

$$y = x_1, \quad (s+1)y = (s+1)x_1 = 2x_2$$

$$(s+1)(s^2+2s+5)y = 2(s^2+2s+5)x_2 = 2u$$

$$G(s) = \frac{2}{(s+1)(s^2+2s+5)}$$

3. *(Non è richiesta giustificazione. Vi è una sola risposta esatta per ogni quesito. Risposta esatta +1 Errata −0.5 Non data 0.)*

Si consideri un sistema (A,b,c^T,d) a tempo continuo, con un solo ingresso e una sola uscita.

Fissato un ingresso $u(t)=\bar{u}$, il sistema possiede uno e un solo equilibrio

[1] per qualunque (A,b,c^T,d)
[2] se e solo se gli autovalori di A hanno tutti parte reale negativa
[3] se e solo se A è invertibile
[4] se e solo se A è diagonale

Il sistema è asintoticamente stabile

[1] se e solo se A è invertibile
[2] se e solo se gli autovalori di A hanno tutti parte reale negativa
[3] se e solo se gli autovalori di A hanno tutti modulo minore di 1
[4] se e solo se A è diagonale

La funzione di trasferimento del sistema è strettamente propria (grado denominatore > grado numeratore)

[1] per qualunque (A,b,c^T,d)
[2] se e solo se gli autovalori di A hanno tutti parte reale negativa
[3] se e solo se d è nullo
[4] se e solo se d è non nullo

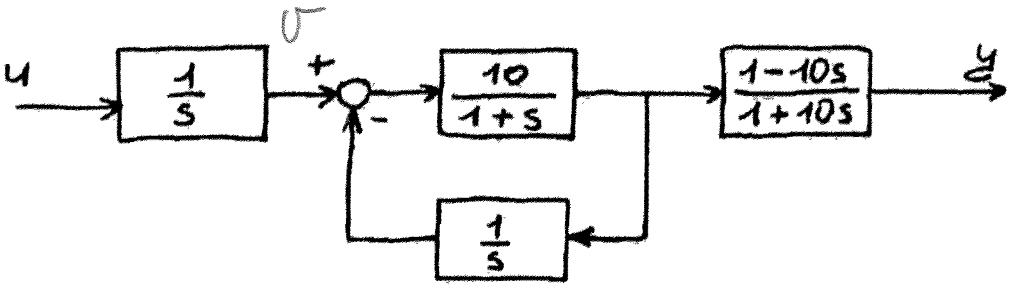
Il movimento libero del sistema presenta oscillazioni smorzate

[1] se A possiede autovalori complessi, con qualunque parte reale
[2] se A possiede autovalori complessi, con parte reale negativa
[3] se A possiede autovalori complessi, con parte reale positiva
[4] se A non possiede autovalori complessi

La risposta allo scalino unitario tende asintoticamente a zero

[1] per ogni (A,b,c^T,d)
[2] per ogni (A,b,c^T,d), purché A sia asintoticamente stabile
[3] per ogni (A,b,c^T,d), purché il guadagno sia nullo
[4] per ogni (A,b,c^T,d), purché A sia asintoticamente stabile e il guadagno nullo

4. Si consideri il sistema in figura:



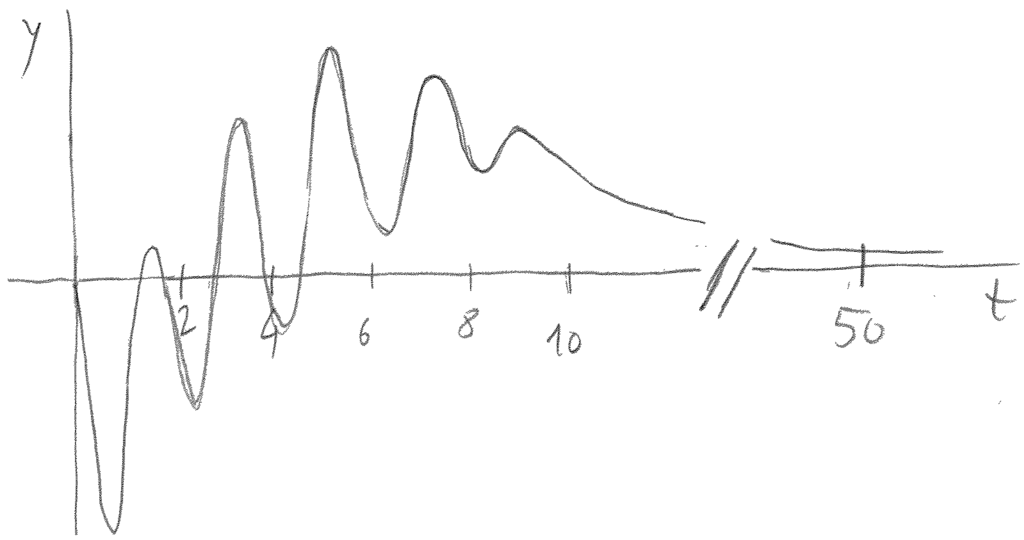
Determinare (qualitativamente) e rappresentare graficamente la risposta all'impulso, discutendo in particolare il tempo di risposta e l'esistenza di oscillazioni.

SVOLGIMENTO (usare, se necessario, anche il retro del foglio)

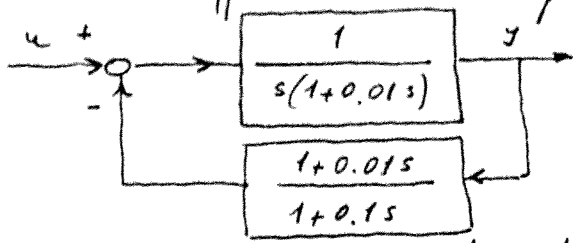
se $u = imp(t)$ allora $v = sca(t)$ (vedi schema)
quindi traccio la risposta a scalino del sistema con

$$G(s) = \frac{\frac{10}{1+s}}{1+\frac{10}{s(1+s)}} \cdot \frac{1-10s}{1+10s} = \frac{10s(1-10s)}{(s^2+s+10)(1+10s)}$$

- sist. G est. stab → y tende a $G(0) = 0$
- polo dominante reale $T_d = 10$ → oscillaz. in n° finito
- grado rel $r = 1$ → prima der. non nulla $= 1^a$ e vale $\beta_1 = -10$
- periodo oscillaz $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{39}/2} \simeq 2$



5. Del sistema rappresentato in figura



si determini, per mezzo dei diagrammi di Bode approssimati, la banda passante. Indi si dica in quanto tempo si esaurisce la risposta all'impulso del sistema.

SVOLGIMENTO

si veda la prova del 13/02/2008

6. In quale videogioco si tratta di stabilizzare un sistema instabile per mezzo di una legge di controllo?

Risposta : GIOCOLIERE