SOLUZIONI

FONDAMENTI DI AUTOMATICA I

a.a. 2007 - 2008

COGNOME :   data : 5 marzo 2008

NOME :   # matricola :

firma :

2	5	16	5	2	30
				videogiochi	totale

Osservazioni

- non si possono consultare libri, appunti, ...
- le risposte devono essere giustificate e riportate in modo ordinato e leggibile sugli stessi fogli su cui è formulata la domanda
- il voto proposto verrà inviato per e-mail ma comparirà al più presto sul sito del docente
- il voto proposto potrà essere rifiutato da casa e altrimenti sarà registrato automaticamente

Per consultare la prova è necessario presentarsi nell'ufficio n. 212 del DEI (II piano) venerdì 7 marzo 2008 alle ore 14.00 esatte (telefono 3563 per farsi aprire).

1. Si sottolinei l'affermazione <u>falsa</u> (senza dare alcuna giustificazione)

(a) I sistemi a tempo continuo sono reversibili

(b) <u>I sistemi a tempo discreto non possono essere reversibili</u>

(c) I sistemi asintoticamente stabili sono esternamente stabili

(d) I sistemi asintoticamente stabili possono essere a sfasamento non minimo

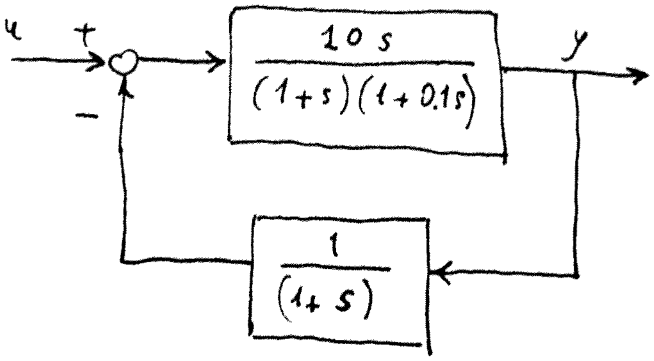
(e) I sistemi senza zeri non hanno ingressi nascosti

(f) Un sistema asintoticamente stabile ha un solo stato di equilibrio per ogni ingresso costante

(g) Il guadagno di un sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ è

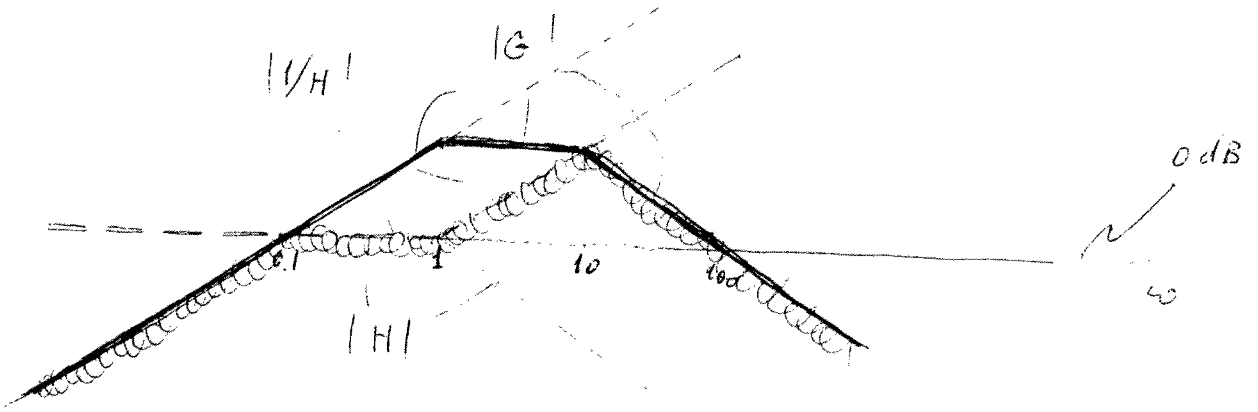
$$\mu = G(0)$$

2. Si consideri il sistema rappresentato in figura



e si calcoli, anche in modo approssimato per mezzo dei diagrammi di Bode, la sua pulsazione di risonanza.

SVOLGIMENTO



Si deve prendere il diagramma più basso tra |G| (—) e |1/H| (– – –). Si ottiene così la risposta in frequenza del sistema ad anello chiuso ( ).

La pulsazione di risonanza è quindi

$$\boxed{\omega_r = 10}$$

3. Si consideri il sistema a tempo continuo

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -2 \end{vmatrix} \quad b = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$c^T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

(a) Si dica se il sistema è asintoticamente stabile

(b) Si dica se il sistema è completamente raggiungibile

(c) Si dica se il sistema è completamente osservabile

(d) Si determini la funzione di trasferimento

(e) Si determini il modello ARMA

(f) Si dica se il sistema è esternamente stabile

(g) Si dica se il sistema è a sfasamento minimo

(h) Si determini la risposta allo scalino unitario (anche solo qualitativamente) e la si diagrammi

---

SVOLGIMENTO (separare bene le risposte e metterle possibilmente in ordine (a), (b), ..., (h)).

Iniziare sul retro e proseguire poi sul prossimo foglio ed, eventualmente, sul suo retro –

(a)

$$\begin{array}{l} \text{autovalore} = -1 \\ \left|\begin{array}{c|cc} -1 & \times & \times \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -2 \end{array}\right| \end{array}$$

as. stabile perché in forma canonica di controllo con $a_i > 0$ (regola di Cartesio)

Quindi, i tre autovalori hanno parte reale negativa e, pertanto, il sistema è asintoticamente stabile.

(b)

$$R = \left| b \quad Ab \quad A^2 b \right| = \left|\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{array}\right|$$

$\leftarrow$ tre colonne linearmente indipendenti

$\Downarrow$

completa raggiungibilità

(c)

$$\mathcal{O} = \left|\begin{array}{c} c^T \\ c^T A \\ c^T A^2 \end{array}\right| = \left|\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{array}\right|$$

$\leftarrow$ tre colonne linearmente indipendenti

$\Downarrow$

completa osservabilità

(d) Scriviamo il modello in termini operatoriali $\left(s = \frac{d}{dt} \right)$

$$s\, x_1 = -x_1 + 2 x_2 \quad \xRightarrow{y = x_1} \quad (s+1)\, y = 2 x_2$$

$$\left.\begin{array}{l} s\, x_2 = x_3 \\ s\, x_3 = -5 x_2 - 2 x_3 + u \end{array}\right\} \Rightarrow (s^2 + 2s + 5)\, x_2 = u$$

$$y = x_1$$

$$(s+1)(s^2+2s+5)\, y = 2u$$

modello ARMA

$$\boxed{G(s) = \frac{y}{u} = \frac{2}{(s+1)(s^2+2s+5)}}$$

f.d.t.

(e) $(s+1)(s^2+2s+5) = 2u$ (vedi punto precedente)

(f) visto che il sistema è compl. raggiungibile e osservabile la stabilità esterna coincide con quella interna per cui il sistema è esternamente stabile (vedi punto (a))

(g) Il sistema è a sfasamento minimo perché non ha zeri.

(h) Determiniamo i poli

$(s+1) = 0 \Rightarrow s = -1$

$(s^2+2s+5) = 0 \Rightarrow s = \dfrac{-2 \mp \sqrt{4-20}}{2} = \dfrac{-2 \mp \sqrt{-16}}{2} = -1 \mp 2i$

I poli complessi coniugati hanno parte reale -1 (pari a quella del polo reale) e parte immaginaria ∓ 2, quindi nella risposta allo scalino si hanno oscillazioni smorzate

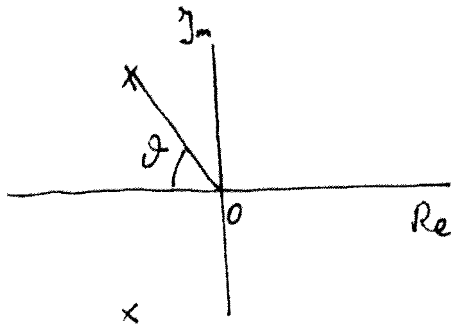
4 - Si dimostri che lo smorzamento ζ di un sistema del secondo ordine con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

è dato da

$$\zeta = \cos\vartheta$$

dove ϑ è l'angolo che l'asse reale forma con la congiungente del polo con l'origine, come mostrato in figura



SVOLGIMENTO

vedi note del corso

5. Una delle parole qui di seguito riportate ti dovrebbe ricordare uno dei videogiochi. Di quale videogioco si tratta ?

pippo pluto paperino qui quo qua paperone archimede gastone gambadilegno bassotti minnie topolino

Risposta : il videogioco è TESORO....