

SOLUZIONI

# FONDAMENTI DI AUTOMATICA I

a.a. 2007 - 2008

COGNOME :

# matricola :

NOME :

data : 13-2-08

firma :

	3		4		5		5
	3		4		4		2

	30
--	----

## Osservazioni

- non si possono consultare libri, appunti, ...
- le risposte devono essere giustificate, a meno che sia imposto il contrario
- risposte disordinate o illeggibili non saranno prese in considerazione
- le risposte devono essere riportate sugli stessi fogli su cui è formulata la domanda (usando anche il retro se necessario)

Il voto proposto sarà visibile su Poliself.

Il voto potrà essere rifiutato su Poliself. I voti non rifiutati entro la data annunciata saranno automaticamente registrati.

Per prendere visione dei compiti presentarsi nell'ufficio del docente (II piano DEI) alle ore 17.30 di giovedì 21-2-08.

1. Spiegare in modo chiaro e sintetico (e, comunque, in non più di 5 righe) qual'è la differenza tra stabilità interna e stabilità esterna.

---

SVOLGIMENTO La prima (interna) riguarda il movimento libero, mentre la seconda (esterna) riguarda il movimento forzato. Ciò implica che la prima sia legata agli autovalori di  $A$  e che la seconda sia legata ai p.v. di  $G(s)$ .

---

2. Si dice se il sistema lineare

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$y = c^T x$$

con

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad b = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$c^T = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

può essere completamente osservabile per qualche terna  $(c_1, c_2, c_3)$ .

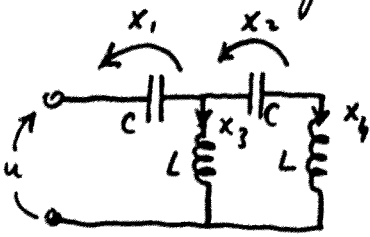
---

### SVOLGIMENTO

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \\ c^T A^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_3 & c_2 & c_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

$\det(\mathcal{O}) = 0$  ( $\mathcal{O}$  ha due righe uguali), quindi il sistema non può essere c.o., qualsiasi sia la terna  $(c_1, c_2, c_3)$ .

3. Si consideri la rete elettrica di figura, costituita da due condensatori uguali e da due induttori uguali.



Si dica se è possibile applicare alla rete una tensione  $u(t)$  opportunamente variante nel tempo in modo da ottenere in tempo finito una qualsiasi distribuzione di cariche nei condensatori e induttori, partendo con rete inizialmente scarica.

### SVOLGIMENTO

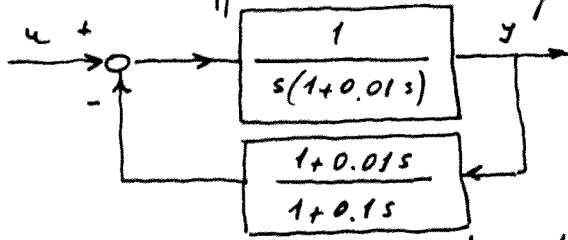
La risposta è SI se e solo se il sistema (lineare) è completamente raggiungibile.

Rispetto alle variabili di stato  $x_1, x_2, x_3, x_4$  indicate in figura, le equazioni del sistema sono

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{C} (x_3 + x_4) \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C} x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{L} (u - x_1) \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{L} (u - x_1 - x_2) \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/C & 1/C \\ 0 & 0 & 0 & 1/C \\ -1/L & 0 & 0 & 0 \\ -1/L & -1/L & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L \\ 1/L \end{bmatrix}$$

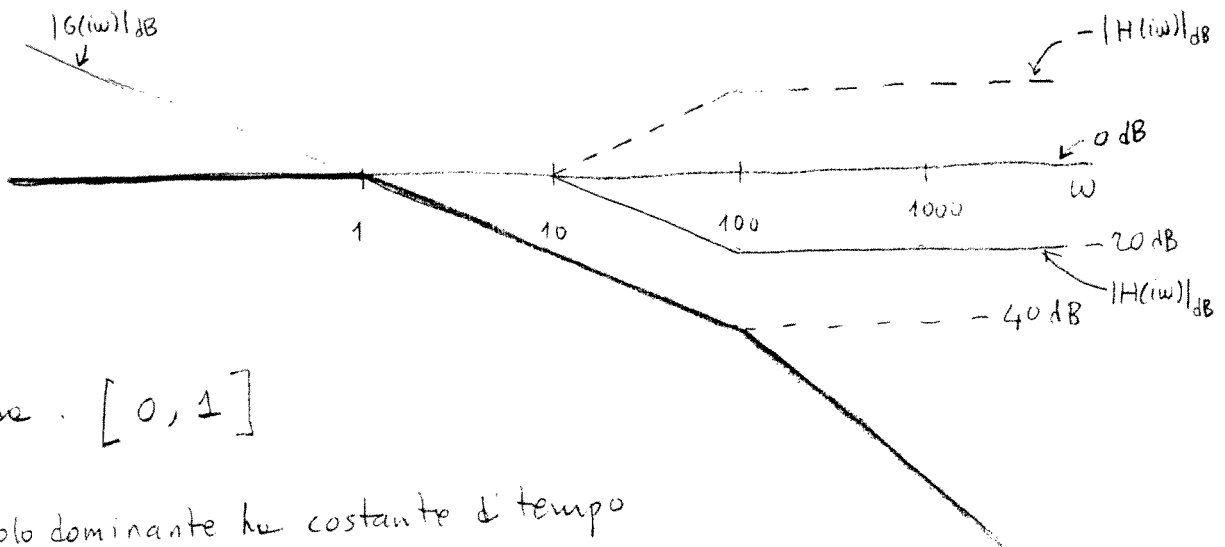
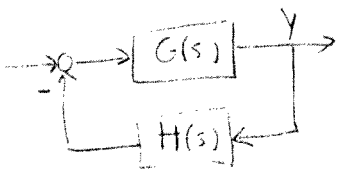
$$R = \begin{bmatrix} b & Ab & A^2b & A^3b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2/LC & 0 & -5/L^2C^2 \\ 0 & 1/LC & 0 & -3/L^2C^2 \\ 1/L & 0 & -2/L^2C & 0 \\ 1/L & 0 & -3/L^2C & 0 \end{bmatrix} \quad \det(R) \neq 0 \rightarrow \text{SI}$$

4. Del sistema rappresentato in figura



si determini, per mezzo dei diagrammi di Bode approssimati, la banda passante. Indi si dice in quanto tempo si esaurisce la risposta all'impulso del sistema.

### SVOLGIMENTO

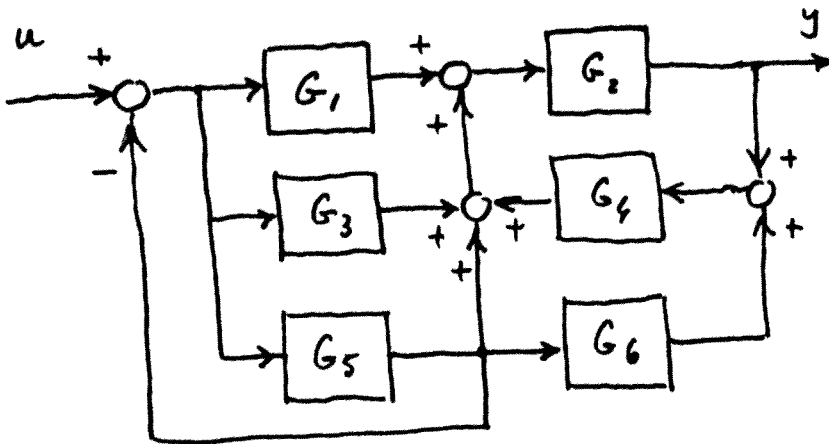


Banda:  $[0, 1]$

Il polo dominante ha costante di tempo (approssimativamente)  $= 1$ , quindi

la risposta all'impulso si esaurisce in circa 5 unità di tempo

5. Si calcoli la funzione di trasferimento del sistema descritto in figura, per mezzo delle formule di Mason.



### SVOLGIMENTO

Cammini diretti

$$C_1 = G_1 G_2$$

$$C_2 = G_3 G_2$$

$$C_3 = G_5 G_2$$

$$C_4 = G_5 G_6 G_4 G_2$$

Cicli

$$L_1 = G_2 G_4$$

$$L_2 = -G_5$$

non si toccano

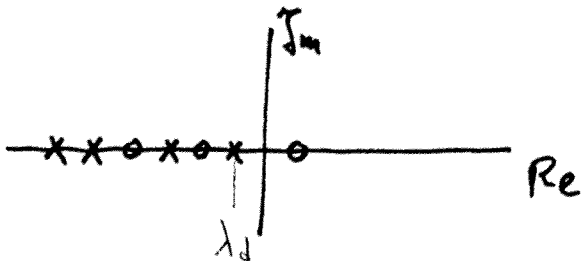
(non hanno segnali in comune)

$$\Delta = 1 - (G_2 G_4 - G_5) + (-G_2 G_4 G_5)$$

Tutti i cammini diretti toccano entrambi i cicli (hanno almeno un segnale in comune con essi), quindi  $\Delta_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , pertanto

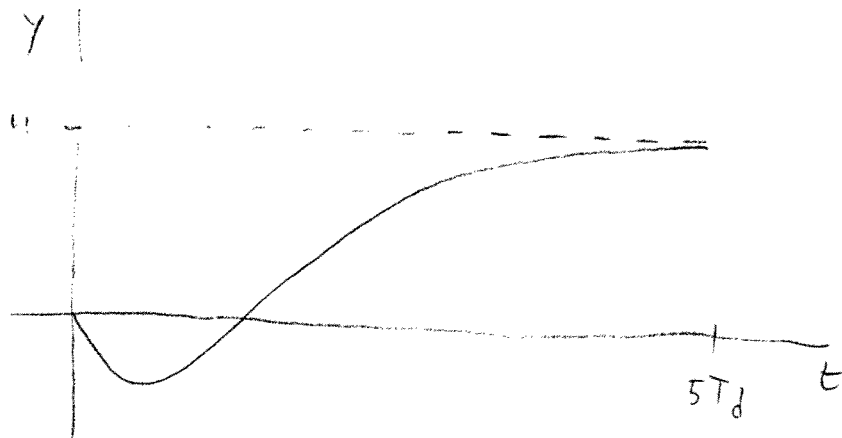
$$G = \frac{\sum_{i=1}^4 C_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{G_2 (G_1 + G_3 + G_5 (1 + G_4 G_6))}{1 - G_2 G_4 (1 + G_5) + G_5}$$

6. Qual è l'andamento qualitativo della risposta allo scalino di un sistema che ha guadagno positivo e quattro poli (x) e tre zeri (o) disposti come in figura?



### SVOLGIMENTO

- Il sistema è esternamente stabile, quindi  $y$  tende al guadagno (in circa  $5T_d$ , dove  $T_d = -\frac{1}{\lambda_d}$  (vedi  $\lambda_d$  nel piano complesso))
- $r = \# \text{poli} - \# \text{zeri} = 1 \rightarrow$  la prima derivata non nulla è la prima e vale  $\beta_1 < 0$ , cioè discorde al guadagno, perché c'è uno zero a parte reale positiva
- poli e zeri sono reali distinti con uno zero superiore e due ben inguadrati, quindi c'è un solo estremo che deve necessariamente essere un minimo



7. Sottolineare l'unica affermazione vera

- Un sistema a sfasamento non minimo non può essere esternamente stabile
- Un sistema completamente raggiungibile non può essere instabile
- Un sistema esternamente stabile può essere instabile
- Un sistema esternamente instabile può essere stabile
- Un sistema a tempo continuo può non essere reversibile
- I sistemi a tempo discreto sono irreversibili
- Le risposte allo scalino dei sistemi a sfasamento non minimo non sono limitate



2. Si sottolinei, tra quelle qui sotto indicate, la proprietà che viene sfruttata per risolvere il videogioco TESORO.

stabilità

sfasamento minimo

raggiungibilità

osservabilità

risonanza

reversibilità

ricostruibilità  
degli ingressi

instabilità

assenza di zeri

---